



**FEDEA**

FUNDACION DE ESTUDIOS DE  
ECONOMIA APLICADA

JORGE JUAN, 46  
28001 MADRID  
TELS. 435 04 01 / 91  
FAX: 577 95 75

**ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERES:  
HIPOTESIS TEORICAS Y RESULTADOS EMPIRICOS**

por

**Xavier Freixas<sup>1</sup>**

**Documento de Trabajo 91-16**

N. L. F. G-7804393

---

<sup>1</sup>FEDEA y U. de Toulouse

## I. INTRODUCCION

Entre los principales objetivos de la economía financiera figura la determinación de los precios de equilibrio de los activos financieros, o de forma equivalente de sus rendimientos. Dentro de esta área, el análisis de los activos de renta fija sin riesgo de impago es particularmente instructivo, puesto que, al reducir las fuentes de incertidumbre nos permite realizar contrastes de las distintas teorías. Sin embargo, frente a la sencillez de este planteamiento teórico, las dificultades metodológicas que se presentan nos recuerdan las múltiples hipótesis efectuadas en los análisis tradicionales de los mercados de renta variable, cuyo mejor paradigma es sin duda el CAPM.

El análisis de la rentabilidad por plazo de los activos de renta fija ha llevado a desarrollar una importante literatura que intenta justificar las diferencias de rendimientos entre activos de renta fija a plazos distintos. Las distintas contribuciones han intentado hallar una respuesta a dos tipos de cuestiones. En primer lugar, se trata de determinar si existen primas de riesgo que constituyan una remuneración suplementaria para el inversor que renuncia al plazo de inversión que presenta menos riesgo desde su punto de vista para obtener una mayor rentabilidad esperada sobre un plazo distinto, con lo cual su inversión conlleva un riesgo relativamente a sus preferencias en cuanto a plazo. En segundo lugar se trata de determinar si las expectativas que forman los agentes son racionales.

En general se ha intentado responder a cada una de estas cuestiones por separado. Sin embargo, es importante recordar que las dos cuestiones se hallan íntimamente vinculadas. Efectivamente, las primas de riesgo/plazo sólo pueden definirse a partir de un modelo de expectativas y recíprocamente, las expectativas sólo pueden determinarse a partir de un modelo de primas. Si en mercados amplios como el mercado Estadounidense la utilización de expectativas racionales puede parecer natural, en el mercado español dicho supuesto tiene que ser avalado por el análisis empírico. Por esta razón, el análisis de la estructura temporal de los tipos de interés en España exige una serie de clarificaciones metodológicas relativas a la formación de las expectativas que ha motivado que se incluya un desarrollo teórico en el presente artículo.

Nuestro objetivo no es esbozar una panorámica completa de la literatura existente (el lector puede consultar el artículo de Schiller (1990)) sino proponer una visión sintética de las distintas teorías, y de los distintos tests que nos permita comprender la legitimidad de los distintos enfoques cuando se cuestiona la validez de la hipótesis de expectativas racionales. Ello nos llevará a dejar de lado una serie de aspectos relativos a los tipos de interés por no tener relación con la estructura temporal. En particular, no examinaremos cuáles son los determinantes macroeconómicos de los tipos de interés. Tampoco analizaremos cuestiones relativas a la eficiencia del mercado de renta fija, como son saber si la duración constituye una medida correcta del riesgo, o si la volatilidad del mercado toma los valores previstos por la teoría. Ello nos permitirá ceñirnos a la cuestión de la estructura temporal, dejando de lado el origen de las variaciones en los tipos de interés.

En España el análisis de la estructura temporal de los tipos de interés no ha sido objeto de una investigación en profundidad. Dentro de nuestra perspectiva, los resultados obtenidos, aunque deban considerarse con cautela son particularmente interesantes puesto que pueden aportar una clarificación de la formación de expectativas así como de la estructura del mercado.

## II. "TEORIA" DE LA ESTRUCTURA INTERTEMPORAL

El enfoque más sencillo para tratar de la estructura temporal de los tipos de interés sería la construcción de un modelo de determinación simultánea de los tipos de interés a corto y a largo plazo. Sin embargo, la teoría de la estructura temporal utiliza una modelización simplificada dado que, para plazos relativamente próximos, los activos considerados son sustitutos, y sus rentabilidades esperadas sólo pueden diferir en una prima de riesgo cuyo comportamiento debería poder modelizarse fácilmente. Esta idea ha constituido el punto de partida del análisis de la estructura temporal de los tipos de interés. En general, este argumento se acepta a nivel intuitivo; sin embargo, puede obtenerse una fórmula precisa de evaluación de las primas de riesgo dentro del marco de un modelo de equilibrio general en tiempo continuo [Cox, Ingersoll y Ross (1981), (1985), Singleton (1980)], en cuyo caso, el modelo predice las variables de las que dependen tanto los tipos de interés como las primas de riesgo.

Una dificultad con la modelización de las primas de riesgo consiste en definir el riesgo, dado que, en función del plazo de inversión considerado, un mismo activo emitido al descuento puede no tener riesgo, tener un riesgo de reinversión si el plazo hasta el vencimiento es menor que el plazo de inversión, o tener un riesgo de precio en caso contrario. Por esta razón el riesgo se define únicamente con respecto a un plazo de inversión, que podría ser el de un inversor representativo, en caso de existir éste, y las primas son primas de riesgo y de plazo. Este aspecto no tiene un equivalente en el análisis del mercado de renta fija, puesto que en este último la definición de riesgo no plantea dificultad alguna.

En el análisis de la estructura temporal, las distintas contribuciones han intentado dar una respuesta a dos tipos de cuestiones. En primer lugar, se trata de determinar si existen primas de riesgo que constituyan una remuneración suplementaria para el inversor que renuncia a un plazo de inversión para obtener una mayor rentabilidad esperada sobre un plazo distinto de éste, con lo cual su inversión conlleva un riesgo. En segundo lugar, se trata de determinar si las expectativas que forman los agentes son coherentes. De forma sorprendente, las dos líneas de investigación han seguido a menudo sendas paralelas cuando, en realidad, se hallan íntimamente vinculadas. La determinación del modo de formación de las expectativas es necesaria para definir las primas, dado que las primas sólo pueden definirse a partir de un modelo de expectativas y, recíprocamente, las expectativas sólo pueden determinarse a partir de un modelo de primas.

## II.1. Primas por Riesgo y Plazo

Para poder exponer de modo riguroso los problemas que se plantean en el análisis de la estructura temporal de los tipos de interés, es conveniente partir de los precios de los activos. Sea  $v_t(\tau)$  el precio de un activo al descuento, de plazo  $\tau$  en el período  $t$  y de valor nominal igual a 1. Al cabo de un período, el nuevo precio es  $v_{t+1}(\tau-1)$ . En el momento de la inversión, dicho precio es desconocido, excepto cuando el activo llega a su vencimiento, puesto que  $v_{t+k}(0) = 1$  para todo  $k$ .

Relativamente a un horizonte de inversión  $\tau$  el activo con vencimiento en  $\tau$  no conlleva riesgo. Sin embargo, el horizonte de inversión puede ser distinto para los

distintos inversores, razón por la cual se pueden definir rendimientos y primas de riesgo sobre distintos horizontes de inversión.

Si consideramos el plazo hasta vencimiento, cada precio define una tasa de rendimiento interna  $r_t^T$  a partir de la relación siguiente:

$$\nu_t(\tau) \equiv e^{-r_t^T \tau} \quad (1)$$

considerando tipos continuos.

Si consideramos la inversión durante un período que consiste en comprar el período activo cuando su plazo es  $\tau$  y venderlo cuando dicho plazo es  $\tau-T$ , el rendimiento (aleatorio) obtenido será  $\tilde{H}_t^{r,T}$  definido a partir de la relación

$$\nu_t(\tau) \equiv e^{-\tilde{H}_t^{r,T} \cdot T} \tilde{\nu}(\tau - T) \quad \text{con } \tau \geq T \quad (2)$$

Puesto que  $\tilde{\nu}_{t+1}(0) = 1$ ,  $\tilde{H}_t^{r,T} = r_t^T$  constituye el rendimiento sin riesgo, ello lleva a una primera definición de prima de riesgo:

$$P_t = \left[ {}_t\tilde{H}_t^{r,T} - r_t^T \right] T \quad (3)$$

siendo  ${}_t\tilde{H}_{t+1}^{r,T}$  el valor esperado anticipado por el mercado<sup>2</sup>

Sin embargo, existen dos otras definiciones de las primas de riesgo. Para examinarlas debemos definir previamente el tipo de interés "forward" que corresponde al tipo futuro que se puede obtener al combinar operaciones de compra y venta del activo sobre plazos distintos.

---

<sup>2</sup>La definición de la prima es relativa a lo que se considera el período unitario en la definición de  $\tilde{H}_{t+1}^{r,T}$

Al adquirir un activo al descuento de plazo  $\tau$  en  $t$  y vender simultáneamente un activo correspondiente a un plazo  $T$  en  $t$ , con  $T$  inferior a  $\tau$ , por el mismo valor se obtiene una cartera de valor cero hasta  $t+T$  seguido de una inversión a partir de este momento y hasta el vencimiento  $\tau$ . En el rendimiento de esta operación, llamado tipo forward entre  $T$  y  $\tau$  es perfectamente conocido y viene dado por

$$\frac{\nu_t(\tau)}{\nu_t(T)} \equiv e^{-f_{t,t+\tau}^{r,\tau}(\tau-T)} \quad (4)$$

utilizando la expresión (1), vemos que:

$$(\tau - T) f_{t,t+T}^{r,T} \equiv r_t^r \tau - r_t^T T \quad (5)$$

La estrategia de inversión que corresponde al período del tipo forward consiste en comprar un activo de plazo  $\tau-T$  en el momento  $T$ . Ello nos lleva a una definición alternativa de la prima de riesgo:

$$\hat{P}_t = \left( f_{t,t+T}^{r-T} - {}_t r_{t+T}^{r-T} \right) (\tau - T) \quad (6)$$

donde  ${}_t r_{t+T}^{r-T}$  es el tipo esperado por el mercado.

Por último, la prima de riesgo puede definirse también a partir de la comparación de las rentabilidades de la estrategia de inversión con un plazo  $\tau$  y de la rentabilidad de una estrategia de inversión a más corto plazo,  $T$ , con reinversión del producto sobre el plazo  $\tau-T$ . Con ello obtenemos la tercera definición de la prima de riesgo

$$\tilde{P}_t = \tau r_t^r - r_t^T T - t f_{t+T}^{r-T} (\tau - T) \quad (7)$$

Se comprueba directamente utilizando (5) que  $\hat{p}_t = \tilde{p}_t$ . En cambio, para demostrar que la primera definición de la prima es también equivalente a las dos otras, necesitamos una hipótesis de coherencia de las expectativas:

$${}_t r^\tau = {}_t \tilde{r}^{\tau,T} T + {}_t \tilde{r}^{\tau-T} (\tau - T) \quad (8)$$

Dicha hipótesis se cumple siempre ex post, puesto que, por definición, las dos variables aleatorias  $\tilde{H}_t^{\tau,T}$  y  $\tilde{r}_{t+T}^{\tau-T}$  cumplen la relación

$${}_t r^\tau = \tilde{H}_t^{\tau,T} T + \tilde{r}_{t+T}^{\tau-T} (\tau - T) \quad (9)$$

Sin embargo, imponer esta relación ex ante constituye una hipótesis de racionalidad en la formación de las expectativas. Si (8) se cumple, entonces las tres definiciones de la prima de riesgo son equivalentes.

Nuestro desarrollo nos permite también establecer que la igualdad de las primas se obtiene sólo para tipos continuos, lo que justifica la utilización de éstos. El análisis con tipos equivalentes mensuales, por ejemplo, sería más complejo al necesitar la utilización de covarianzas en el cálculo de primas  $\tilde{p}_t$ , si se descompone la inversión en más de dos períodos, de  $t$  a  $t+T_1$ , de  $t+T_1$  a  $t+T_2$  y de  $t+T_2$  a  $t+\tau$ , necesitaríamos utilizar la covarianza entre los tipos en  $t + T_1$  y los tipos en  $t + T_2$ .

Cuando no se utilizan tipos continuos, no hay razón alguna para preferir una definición de prima de riesgo a otra. En general, se utiliza la prima de riesgo constituida a partir del tipo forward,  $\hat{p}_t$ . Sin embargo, Campbell y Clarida (1987) utilizan  $\tilde{p}_t$ . Afortunadamente, para períodos cortos, las diferencias entre rendimientos continuos y simples son despreciables [Fama (1984b)], por lo que la utilización de uno u otro tipo de prima es indiferente.

## II.2 Hipótesis alternativas

Tradicionalmente se proponen cuatro hipótesis relativas a la estructura intertemporal de los tipos de interés, que constituyen explicaciones alternativas de la evidencia empírica. Tradicionalmente, dichas hipótesis han sido denominadas "teorías", por lo que hemos conservado esta terminología.

- a) La teoría de las expectativas supone que las primas son nulas, y que los inversores no son sensibles al riesgo que se deriva de una inversión a un plazo distinto del que prefieren. Por lo tanto, dado el conjunto de información disponible en el período  $t$ ,  $\Omega_t$ , el rendimiento esperado es el mismo para los distintos plazos, lo cual implica:

$$\pi_t = {}_tH_t^{r,T} - r_t^T = 0 \quad (10)$$

Es importante subrayar que, en general, no se especifica el plazo de inversión  $T$  para el cual se supone que la ecuación (10) es válida. Ello constituye un error, puesto que si la relación (10) fuese válida para cualquier plazo  $T$ , tendríamos, en particular:

$$1/v_t(1) = [1/v_t(2)] E [\tilde{v}_{t+1}(1)]$$

$$1/v_t(2) = [1/v_t(1)] E [\tilde{v}_{t+1}(1)]$$

y la expresión que se obtiene al multiplicar estas dos expresiones contradice la desigualdad de Jensen<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Esta paradoja fue puesta de manifiesto por Von Weisacker.

De forma equivalente, se impondría la igualdad de  $E [e^{-\tilde{r}^T}]$  y de  $1/E [e^{\tilde{r}^T}]$  si  $\tilde{r}$  es el rendimiento del activo  $\tilde{v}_{t+1}(1)$ . La definición de la prima de riesgo en términos continuos no tiene mucho sentido, con lo cual la elección de una de las tres definiciones es esencial.

Por lo tanto, la relación (10) sólo debe postularse para un plazo  $T$  dado, en general un plazo relativamente corto. En particular Cox, Ingersoll y Ross (1981) consideran que (10) es válida para un plazo de inversión infinitesimal, con lo cual la hipótesis de las expectativas se satisface localmente.

- b) La teoría de la prima por liquidez, (inicialmente formulada por J.R. Hicks(1939)) supone una preferencia por la liquidez, por lo cual las primas de riesgo tienen que ser positivas y posiblemente crecientes en función del plazo de la inversión.

$$\pi_t = {}_tH_t^{r,T} - r_t^T = \lambda^{r,T} \quad (11)$$

siendo  $\pi_t$  la prima de riesgo correspondiente a la diferencia de rentabilidad entre los dos tipos de inversión.

La teoría de la prima por liquidez es más general que la teoría de las expectativas y contiene a esta última como un caso particular, por lo que los tests son tests conjuntos<sup>4</sup>.

- c) La teoría de la segmentación supone que no hay una relación sistemática entre los rendimientos de activos de plazos distintos. Aunque esta línea de investigación no haya sido objeto de desarrollos importantes, es necesario tomarla en consideración, en particular para poder explicar los sorprendentes resultados empíricos que se obtienen en la comparación de plazos cortos con plazos muy largos (Culberston (1975), Fama (1984b), Mankiw y Summers (1984)),
- d) La hipótesis del hábitat preferido de Modigliani y Sutch (1967) constituye una síntesis de las tres hipótesis anteriores. Para Modigliani y Sutch las primas de riesgo pueden ser positivas o negativas (p.184), reflejando las

---

<sup>4</sup>Algunos autores Mankiw y Summers (1984), Jones y Roley (1983) se refieren a ambas teorías como "las teorías de las expectativas".

diferencias entre demanda y oferta sobre los distintos plazos. Por lo tanto, la oferta de bonos y obligaciones para los distintos plazos puede tener un efecto sobre las primas. En su artículo, Modigliani y Sutch demuestran que el valor de las primas se modificó con la creación de los certificados de depósito en 1961. En realidad, la hipótesis del hábitat preferido constituye una hipótesis relativamente abierta, pero que admite especificaciones precisas que es posible contrastar.

Aunque a menudo las distintas hipótesis se han presentado como teorías, debemos subrayar que no constituyen en modo alguno las conclusiones de un modelo de equilibrio en los mercados financieros. En realidad para ciertas hipótesis de aversión al riesgo y de estructura estocástica de los "shocks" en los principales determinantes de los rendimientos de los activos, se obtienen las distintas relaciones. Sin embargo, estas no son tan obvias como pueden parecer a priori. Así, la hipótesis de neutralidad al riesgo no justifica la teoría de las expectativas, sino que plantea problemas de existencia de precios de equilibrio al implicar que la relación (10) se cumpla para distintos plazos.

Un importante cambio en la modelización de las primas de riesgo aparece con los trabajos de Cox, Ingersoll y Ross (CIR) (1981, 1985), que utilizan modelos de equilibrio general en tiempo continuo<sup>5</sup>. Los resultados que obtienen se asemejan a los de la teoría del arbitraje: el nivel de las primas depende del precio de cada uno de los factores de riesgo que incorporan. Como caso simplificado, CIR examinan las primas de riesgo cuando existe un sólo factor de riesgo, el tipo de interés a corto plazo que sigue un movimiento estocástico con tendencia hacia un nivel de equilibrio. Las propiedades de los modelos en tiempo continuo hacen que se obtengan economías dinámicamente completas<sup>6</sup>, equivalentes a las economías completas en el sentido de Arrow y Debreu. Como los precios de los activos reflejan los precios de los bienes contingente, la oferta de

---

<sup>5</sup>Véase Serrat (1990) para una exposición clara de las dificultades de la modelización así como para su aplicación al mercado español de repos.

<sup>6</sup>Véase, por ejemplo, Kreps (1982).

activos monetarios no puede tener efecto alguno sobre las primas de riesgo, en contradicción con los resultados de Modigliani y Sutch.

## II.2. Expectativas

Como lo hemos mencionado, el valor de las primas depende de la forma en que se generan las expectativas en la economía, y, recíprocamente, el proceso de formación de las expectativas sólo puede ser identificado si se dispone de una modelización correcta de las primas. La necesidad de modelizar conjuntamente primas y expectativas no ha sido suficientemente recalcada, por lo que a menudo, se examinan primas bajo un supuesto particular de expectativas o se examinan expectativas bajo un supuesto particular de primas, sin tomar en cuenta la coherencia global del modelo.

El análisis de las expectativas intenta determinar si las previsiones de los agentes han sido correctas. Para ello es necesario completar las ecuaciones que definen las primas de riesgo con una definición de los tipos futuros anticipados.

La mayoría de los modelos utilizan expectativas racionales:

$${}_t r_{t+1}^1 = r_{t+1}^1 - \varepsilon_{t+1} \quad (12)$$

donde  $\varepsilon_{t+1}$  denota el error cometido en la previsión de  $r_{t+1}$  en base a la información conocida en  $t$ , lo que supone que la prima sea constante. La combinación de (6) y (12) sugiere la estimación del modelo:

$$r_{t+1}^1 = \alpha + \beta f_{t,t+1}^1 + u_t \quad (13)$$

donde  $u_t = \varepsilon_{t+1}$ , en el que el mantenimiento de la hipótesis conjunta:

$$H_0: \alpha=0, \beta=1,$$

$u_t$  incorrelacionado con toda variable conocida en  $t$  se menciona en la literatura como el caso en que el tipo forward es un predictor óptimo del tipo spot futuro. Es claro que, para ello,  $u_t$  debe satisfacer la condición citada pues, de lo contrario, existiría información disponible en el instante  $t$  acerca de la evolución futura de los tipos spot y que no incorpora el tipo forward. En consecuencia podrían mejorarse las predicciones que éste proporciona.<sup>7</sup>

Tanto el tipo forward como el tipo spot son generalmente no estacionarios, por lo que la estimación de (13) debe hacerse con el rigor adecuado. En particular, supuesto que ambas variables sean integradas de orden 1, el modelo (5) sugiere una línea de análisis basada en la cointegración de  $r_{t+1}^1$  y  $f_{t,t+1}^1$  de ambas series bajo  $H_0$ , es decir, con vector de cointegración (1,-1) (ver Campbell y Shiller (1987), J. Pérez Campanero (1990)). Si se estima (13), es claro que deben efectuarse los contrastes pertinentes acerca de la existencia de raíces unitarias en  $u_t$ .

En parte por esto, pero también por otras razones, se ha propuesto en la literatura estimar el modelo:

$$r_{t+1}^1 - r_t^1 = \alpha + \beta (f_{t,t+1}^1 - r_t^1) + u_t \quad (14)$$

---

<sup>7</sup>Ante este modo de contrastar la capacidad predictiva del tipo forward cabe observar, que aún manteniendo  $H_0$ , es también posible que exista una función, no necesariamente lineal,  $z_t = g(\Omega_t)$  de variables contenidas en el conjunto de información  $\Omega_t$  tales que la desviación típica de los residuos del modelo:

$$r_{t+1}^1 = \delta_0 + \delta_1 g(\Omega_t) + v_t$$

sea inferior a la de los residuos de (5). En tal caso, podría afirmarse, como se hace en ocasiones en la literatura, que "el tipo forward es un predictor insesgado del tipo spot" puesto que si  $\alpha=0$  y  $\beta=1$ , entonces:

$$E(r_{t+1}^1 / \Omega_t) = f_{t,t+1}^1 + E(u_t / \Omega_t) = f_{t,t+1}^1$$

pero no que es el predictor óptimo del tipo spot.

que es equivalente a (13) bajo  $H_0$ . Si la hipótesis  $H_0$  no es cierta, entonces el modelo (13) no es equivalente a (14), sino a:

$$r_{t+1}^1 - r_t^1 = \alpha + \beta (f_{t,t+1}^1 - r_t^1) + (\beta - 1) r_t^1 + u_t \quad (15)$$

la omisión de este aspecto en la interpretación de los resultados de la contrastación de (14) constituye un error relativamente frecuente.

Proponer un modelo de expectativas que no sean racionales plantea un problema, puesto que podemos obtener múltiples especificaciones. Entre ellas, es interesante desarrollar la metodología propuesta por Mankiw y Summers, porque proponen un modelo de formación de expectativas en el que en función de los valores de un parámetro se obtiene en un extremo expectativas racionales y en el extremo opuesto expectativas miopes, de previsión de un tipo futuro idéntico al actual. Las expectativas están construidas a partir de una combinación lineal convexa de los tipos actuales y de los tipos esperados futuros,

$${}_t r_{t+1} = w r_t + (1-w) E_t (r_{t+1}) \quad , \quad 0 \leq w \leq 1 \quad , \quad (16)$$

siendo

$$E_t (r_{t+1}) = r_{t+1} - \epsilon_{t+1} \quad (17)$$

las expectativas racionales<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup>El supuesto (16) no es la única alternativa a las anticipaciones racionales. En particular, algunos resultados muestran que el tipo de interés con un retardo es significativo en la ecuación (13), lo que podría racionalizarse incluyendo  $r_{t-1}$  como otro determinante de  $E_t(r_{t+1})$ , lo cual queda descartado en esta formulación.

Si  $w=0$  las expectativas son puramente racionales, mientras que  $w>0$  indica la existencia de sobre-reacción, ya que las expectativas de tipo futuro serán demasiado sensibles a los tipos actuales.

Si consideramos tipos de interés sobre 2 y 1 períodos, generalmente meses o trimestres, los tipos a largo plazo vienen dados por la expresión:

$$r_t^2 = \frac{\pi_t^{2,1}}{2} + \frac{1}{2} r_t^1 + \frac{1}{2} r_{t+1}^1 \quad (18)$$

al combinar (16), (17) y (18) obtenemos:

$$r_t^2 = \frac{\pi_t^{2,1}}{2} + \lambda r_t^1 + (1 - \lambda) r_{t+1}^1 + U_{t+1} \quad (19)$$

donde  $\lambda = (1+w)/2$  y  $u_{t+1} = - (1-\lambda) \varepsilon_{t+1}$ .

Pasando  $r_t^2$  al miembro de la derecha y dividiendo por  $1-\lambda$  y despejando obtenemos:

$$r_{t+1}^1 - r_t^2 = \frac{v}{1-\lambda} + \frac{\lambda}{1-\lambda} (r_t^2 - r_t^1) + v_{t+1} \quad (20)$$

$$v = - \pi_t^{2,1}/2 \quad y \quad v_{t+1} = - u_{t+1}/(1-\lambda)$$

Por otra parte, algunos autores han realizado tests de la eficiencia comparativa de la información implícita en el tipo forward con la previsión que se podría obtener a partir de un modelo autorregresivo. (Fildes y Fitzgerald (1980), Hardouvelis (1988)).

También es de interés recordar que en la modelización propuesta por Ingersoll y Ross (1981, 1985), el tipo futuro se determina a partir del tipo a corto plazo, por lo que el tipo forward es una función del tipo a corto, en cuyo caso hay razones teóricas por las que se puede obtener un  $\beta$  distinto de la unidad.

### 3. PRINCIPALES RESULTADOS

Los resultados obtenidos arrojan una evidencia contradictoria que muestra la dificultad de obtener conclusiones robustas en esta área. En parte los desarrollos empíricos han tenido por objeto examinar el comportamiento de las primas de riesgo bajo el supuesto de expectativas racionales. Independientemente de los resultados obtenidos en esta área, se ha analizado el poder predictivo del tipo forward, obteniéndose conclusiones distintas según los plazos comprados.

En el análisis de las primas de riesgo, la evidencia obtenida por Fama (1976,1984) muestra que en el mercado de T-Bills las primas son positivas y generalmente crecientes hasta el octavo o noveno mes. Mac Culloch (1987) muestra que también para plazos mayores las primas son crecientes; sin embargo estos resultados tienen poca estabilidad temporal.

Por otra parte, Fama (1976) demuestra que las primas son sensibles a la volatilidad de los tipos. Asimismo, la utilización de modelos ARCH en media corrobora la relación entre la prima y el riesgo incluso cuando se utiliza una medida del riesgo diferente de la volatilidad de la serie de tipos de interés (Engle, Lilien y Robins, 1987). La importancia de la variabilidad de las primas de riesgo constituye también el resultado obtenido por Jones y Roley (1983) quienes hacen que las primas de riesgo dependan simultáneamente de la oferta de activos en los plazos comparados, de la tasa de desempleo (como indicador de una variable de ciclo económico), de la volatilidad de los tipos, y de los saldos vivos de Deuda Pública Estadounidense en manos de los bancos centrales extranjeros. En resumen, la evidencia empírica obtenida apunta hacia la existencia de primas positivas<sup>9</sup> y variables.

---

<sup>9</sup>Como veremos, estos resultados no se obtienen en el mercado español, en el que el signo de las primas es variable.

Debemos subrayar, sin embargo, que Fama y Bliss (1987) obtienen primas de signo variable, pero para activos con un plazo entre 1 y 5 años.

La variabilidad de las primas puede explicarse a partir de variables de oferta monetaria. No sólo las sorpresas en el volumen de oferta monetaria M1 pueden afectar a las primas (Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983). También la creación de la Federal Reserve parece haber modificado dichas primas (Mankiw, Miron y Weil (1987)), así como los cambios en los objetivos de la política monetaria (Mankiw y Miron (1986), Hardouvelis (1988)). Estos resultados tienen a corroborar la hipótesis de habitat preferido de Modigliani y Sutch (1961).

Por otra parte, si se abandona el supuesto de expectativas racionales, los resultados obtenidos son completamente distintos, como lo establece Froot (1989) utilizando datos de encuestas sobre los cambios anticipados en los tipos de interés.

El análisis del valor predictivo del tipo forward muestra que se rechaza sistemáticamente la hipótesis nula  $H_0: \beta=1$ , en la ecuación (14) incluso considerada por sí sola (véanse Hamburger y Platt (1975), Fama (1976), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1982), Fama (1984), y Fama y Bliss (1987)). Los resultados obtenidos indican que los tipos forward contienen información sobre los tipos futuros en el corto plazo (Fama 1984 a); sin embargo, estas conclusiones se obtienen a partir de (14) y no de (15).

En cambio, al considerar los efectos a más largo plazo, los resultados indican o bien un poder predictivo nulo del tipo forward, o incluso un signo negativo para dicho coeficiente, lo que se interpreta como previsiones sistemáticamente erróneas (Shiller 1979, Shiller 1990). Los resultados obtenidos pueden indicar una posible segmentación entre los mercado a corto y a largo, que, entre otras razones, puede estar relacionado con aspectos fiscales.

El análisis empírico de las expectativas realizado en otros países parece apuntar hacia la existencia de sobrerreacción<sup>10</sup>. Sin embargo, para ciertos plazos la

---

<sup>10</sup>Mankiw y Summers (1984) obtienen el resultado inverso, aunque con una metodología diferente.

evidencia obtenida ha sido la opuesta, por lo cual no hay una aceptación general de la hipótesis de sobre-reacción (Véase Shiller (1990)).

Por otra parte, no es sorprendente obtener resultados negativos en una especificación del tipo (14), dada la evidencia empírica antes citada acerca de la variabilidad de la prima de riesgo. Es más, cuando la prima de riesgo está positivamente correlacionada con la diferencia  $f_{t,t+1}^1 - r_t^1$ , el coeficiente  $\beta$  está sesgado a la baja. Por esta razón, la obtención de un  $\beta$  significativo en (15) debe anteponerse a la obtención de un  $\beta$  exactamente igual a 1 en (14).

#### IV. Análisis de la evidencia empírica en España

Aunque el número de contribuciones relativas a la estructura intertemporal de los tipos de interés sea muy reducida, su análisis es interesante por dos razones: en primer lugar, porque la evidencia empírica española no corrobora los resultados obtenidos en EE.UU., y en segundo lugar porque las distintas contribuciones muestran una progresión en la comprensión de los problemas específicos que se plantean: aunque nuestra comprensión del funcionamiento del mercado deje que desear, podemos afirmar que los problemas pendientes están hoy relativamente acotados.

En primer lugar, el análisis del valor medio de las primas muestra que éstas no son significativamente distintas de cero. Ello se produce en el mercado interbancario (Ayuso y de la Torre (1991), Ayuso, Novales y de la Torre (1990), Freixas y Novales (1991)) como en el mercado de Letras del Tesoro (Ezquiaga y Freixas (1989) y (1991)). La excepción podría ser el mercado de pagarés del Tesoro (Bergés y Manzano (1988)), aunque para el plazo de un mes, en el que no hay solapamiento de datos, la prima no difiere de cero.

Sin embargo, si la teoría de las expectativas se cumple, la prima esperada tiene que ser cero independiente del valor de cualquier variable que represente el riesgo. Por lo tanto, si se efectúa una regresión de las primas de riesgo sobre la volatilidad de los tipos de interés, de ser cierta la teoría de las expectativas, el coeficiente de la volatilidad no debería ser significativamente distinto de cero. Los resultados obtenidos indican claramente un efecto de la volatilidad sobre las primas de

riesgo; sin embargo, los signos obtenidos son unas veces positivos y otras negativos, como ocurre en Ayuso y de la Torre (1991), Freixas y Novales (1991), o en Ezquiaga y Freixas (1989) donde se introduce además de la volatilidad un segunda variable de riesgo, el nivel de los tipos de interés. Dichos resultados aparecen claramente reflejados en la Tabla 1a.

Tabla 1a

$$\pi^{3,1} = \alpha + \beta_1 \text{Vol}_t + \beta_2 r_t^1 + \varepsilon_t$$

|                              | $\alpha$           | $\beta_1$          | $\beta_2$      |
|------------------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| Ayuso y de la Torre (1991)   |                    |                    |                |
| Expectativas racionales      | 0,003<br>(0,085)   | - 0,98<br>(- 2,91) | -              |
| Expectativas autorregresivas | 0,0005<br>(0,25)   | - 0,23<br>(- 1,38) | -              |
| Ezquiaga y Freixas (1991)    |                    |                    |                |
| Expectativas racionales      | - 1,03<br>(- 2,50) | 0,16<br>(1,70)     | 0,08<br>(2,47) |
| Freixas y Novales (1991)     |                    |                    |                |
| Expectativas racionales      | - 0,03<br>(- 0,9)  | - 0,07<br>(- 1,5)  | -              |

**Tabla 1b**

$$|\pi^{3,1}| = \alpha + \beta_1 \text{Vol}_t + \beta_2 r_t^1 + \varepsilon_t$$

|                                                                     | $\alpha$         | $\beta_1$       | $\beta_2$       |
|---------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| Ezquiaga (1990)<br>Expectativas racionales                          | 0,0515<br>(1,65) | 0,93<br>(3,05)  | -               |
| Ayuso y de la Torre (1991)<br><br>Expectativas racionales           | N.S.             | 1,62<br>(11,21) | -               |
| Expectativas autorregresivas                                        | 0,003<br>(3,80)  | 0,33<br>(3,25)  | -               |
| Ayuso, Novales y de la Torre (1990)<br>Expectativas autorregresivas | - 0,61<br>(3,14) | -               | 0,086<br>(5,73) |

$\pi^{3,1}$  corresponde a la prima del tipo a 3 meses frente al tipo a 1 mes

Los estadísticos t aparecen entre paréntesis

Ayuso y de la Torre (1991), Ayuso, Novales y de la Torre (1991) y Freixas y Novales (1991) utilizan datos semanales del mercado interbancario; Ezquiaga y Freixas (1991) utilizan datos decenales del mercado de repos sobre Letras del Tesoro.

**Tabla 2**

$$\hat{r}_{t+1}^1 - r_t^1 = \alpha + \beta \left( f_{t,t+1}^1 - r_t^1 \right) + \varepsilon_t$$

|                                                      | $\alpha$             | $\beta_1$       |
|------------------------------------------------------|----------------------|-----------------|
| Ezquiaga (1990)<br>Interbancario                     | 0,003<br>(0,02)      | 0,42<br>(3,02)  |
| Martín y Pérez de Villarreal (1990)<br>Interbancario | 0,095<br>(0,85)      | 0,86<br>(3,88)  |
| Ezquiaga y Freixas (1991)<br>Letras                  | - 0,57<br>(- 0,27)   | 0,32<br>(4,06)  |
| Interbancario                                        | - 0,0085<br>(- 0,61) | 0,547<br>(4,88) |
| Freixas y Novales (1991)<br>Interbancario            | 0,044<br>(1,2)       | 0,36<br>(5,8)   |

$f_{t,t+1}^1$  es el tipo forward a 2 meses dentro de 1 mes tal y como se deduce del tipo a 3 meses;  $\hat{r}_{t+1}^1$  es la media de los 2 tipos a 1 mes correspondientes. En Martín y Pérez de Villarreal  $f_{t,t+1}^1$  es el tipo forward a 3 meses dentro de tres meses y  $\hat{r}_{t+1}^1$  el tipo a 3 meses correspondiente.

Los estadísticos t se indican entre paréntesis.

Ezquiaga y Freixas (1991) utiliza datos decenales, Freixas y Novales (1991) utilizan datos semanales sobre un período muestral más largo. Martín y Pérez de Villarreal (1990) utilizan datos mensuales. Ezquiaga (1990) utiliza datos decenales.

Con estos resultados se rechazaba la teoría de las expectativas pero no se obtenía una alternativa coherente, como podría ser la teoría de la prima de liquidez si el coeficiente de la volatilidad hubiera sido siempre positivo. Ello llevó a proponer una teoría del nivel de las primas de riesgo que recogía la variabilidad del valor absoluto de éstas, ya sea mediante un análisis de regresión tradicional (Ayuso y de la Torre (1991)), o bien mediante un análisis de tipo ARCH (Ayuso, Novales y de la Torre (1990)). En dicho análisis se obtenía una visión coherente del efecto del riesgo sobre las primas, como se observa al comparar los resultados de la Tabla 1b con los de la Tabla 1a.

Es interesante recalcar que, aunque las primas deban ser definidas a partir de un modelo de formación de expectativas, la mayoría de resultados parecen ser robustos con respecto a una u otra especificación. En particular, Ayuso, de la Torre (1991) y Ayuso, Novales y de la Torre (1990) proponen dos modelos alternativos de formación de expectativas: uno con expectativas racionales en el que la prima se determina a partir del valor del tipo de interés realizado, y el otro en el cual se utiliza un modelo univariante de previsión de dicho tipo de interés. El análisis de las primas de riesgo lleva a las mismas conclusiones.

Ello no es sorprendente. Efectivamente, en el mercado español los cambios de signo constituyen la principal característica. Por lo tanto, las conclusiones de una modelización de la estructura intertemporal de los tipos de interés dependen ante todo de la forma en que se tratan dichos cambios de signo. En comparación, la modelización de la formación de expectativas constituye un aspecto secundario.

La cuestión del valor predictivo del tipo forward se investiga en Martín y Pérez de Villarreal (1990), Ezquiaga y Freixas (1991) y en Freixas y Novales (1991). Los resultados que se resumen en la Tabla 2 muestran que el tipo forward contienen información sobre el tipo futuro, pero se rechaza un modelo de primas constantes en el que el tipo forward constituye una estimación insesgada del tipo futuro correspondiente.

Por último, en Freixas y Novales (1991) se estimaron las primas de riesgo por subperíodos obteniéndose cambios de signo prácticamente simultáneos para los distintos plazos, lo que se interpreta como una modificación en la percepción del riesgo, o lo que es equivalente, un hábitat variable.

La introducción de un hábitat variable no da una respuesta definitiva al problema de la modelización de las primas de riesgo. Efectivamente, sería necesario un modelo que permitiese explicar el momento en que las primas van a cambiar de signo. Sin embargo, nos lleva a una visión más coherente del conjunto de resultados obtenidos, puesto que al rechazarse la hipótesis de estabilidad estructural se entiende a la vez que la media de las primas se aproximen a cero, que la volatilidad pueda presentar un signo positivo o negativo y que sea más fácilmente modelizable el valor absoluto de las primas.

El conjunto de estas contribuciones plantea de forma inmediata la necesidad de entender por qué cambia el hábitat en el mercado español. Sin embargo, de forma más general, se plantea también la necesidad de ampliar estos resultados aplicando los análisis realizados a la modelización de mercados a más largo plazo, como son los de Deuda Pública. Ello permitiría obtener una perspectiva más amplia de la formación de expectativas y de primas de riesgo en nuestros mercados financieros, que pueda ser contrastada con los modelos existentes para Estados Unidos y para otros países europeos.

## BIBLIOGRAFIA

Ayuso, J. y M. de la Torre (1989), "Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario", *Investigaciones Económicas*, Volumen XV, N° 1, enero (1991).

Ayuso, J., A. Novales y M. de la Torre (1989), "¿Incorporan los tipos del interbancario una evaluación del riesgo?" Documento de Trabajo, n° 90.08, FEDEA.

Bergés, A. y D. Manzano, Tipos de interés de los pagarés del Tesoro, Ariel Economía, 1988.

Campbell, J.Y. y R.J. Shiller (1987), "Cointegration and tests of present value models". Journal of Political Economy, Vol. 95, p. 1062-1088.

Cox, J.C., J.E. Ingersoll, Jr. y S.A. Ross (1981), "A reexamination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates", Journal of Finance, Vol. 36, p. 769-799.

Cox, J.C., J.E. Ingersoll, Jr. y S.A. Ross (1985), "A theory of the term structure of interest rates", Econometrica, Vol. 53, p. 385-408.

Culberston, J.M. (1957), "The term structure of interest rates". Quarterly Journal of Economics, Vol. 71, p. 485-517.

Engle, R., D. Lilien y R. Robins (1987), "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure. The Arch-M Model" Econometrica, p. 391-407.

Ezquiaga, I. (1990), "El análisis de la estructura temporal de los tipos de interés en el mercado español". *Información Comercial Española*, N° 688, Diciembre, p. 119-140.

Ezquiaga, I. y X. Freixas (1989), Documento de Trabajo, N° 89-09, FEDEA. "El mercado repo de Letras del Tesoro: análisis empírico". Versión actualizada 1991.

Fama, E.F. (1976), "Inflation uncertainty and expected return on Treasury bills", Journal of Political Economy, Vol. 84, p. 427-448.

Fama, E.F. (1984a), "The information in the term structure", Journal of Financial Economics, Vol. 13, p. 509-528.

Fama, E.F. (1984b), "Term premiums in bond returns", Journal of Financial Economics, Vol. 13, p. 529-546.

Fama, E.F. y R.R. Bliss (1987), "The information in long maturity forward rates", American Economic Review, Vol. 77, p. 680-692.

Fildes, R.A. y D. Fitzgerald (1980), "Efficiency and Premiums in the Short Term Money Market", Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 12, N° 4, p. 615-623.

Frost, K.A. (1989), "New hope for the expectations hypothesis of the term structure of interest rates", Journal of Finance, Vol. XLIV, Junio.

Hamburger, M.J. y Platt, E.N. (1975), "The expectation hypothesis and the efficiency of the Treasury bill market", Review of Economics and Statistics, Vol. 57, p. 190-199.

Hardouvelis, G. (1988), "The Predictive Power of the Term Structure during Recent Monetary Regimes", Journal of finance, p. 339-350.

Jones, D.S. y V.V. Roley (1983), "Rational expectations and the expectations model of the term structure. A test using weekly data". Journal of Monetary Economics, Vol. 12, p. 453-465.

Kreps, D. (1982), "Multiperiod securities and the efficient allocation of risk: A comment on the Black-Scholes option pricing model", The Economics of Uncertainty and Information, J. Mc Call, University of Chicago Press, Chicago.

Mankiw, N.G. y J.A. Miron (1986), "The changing behavior of the term structure of interest rate", Quarterly Journal of Economics, Vol. 101, p. 211-228.

Mankiw, N.G., J.A. Miron y D.N. Weil (1987), "The adjustment of expectations to a change in regime: A study of the founding of the Federal Reserve", American Economic Review, vol. 77, p. 358-374.

Mankiw, N.G. y L.H. Summers (1984), "Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates?. Brookings Papers on Economics Activity, Vol. 00, p. 223-242.

McCulloch, J.H. (1987), "The monotonicity of the term premium: A closer look", Journal of Financial Economics, Vol. 18, p.185-192.

Martín A.M<sup>a</sup> y J. M<sup>a</sup> Pérez de Villarreal (1990), "La estructura temporal de los tipos de interés: el mercado español de depósitos interbancarios", Moneda y Crédito, N<sup>o</sup> 191, p. 173-193.

Modigliani, F.R. y R. Sutch (1966), "Innovations in interest rate policy", American Economic Review, Vol. 56, p. 178-197.

Pérez-Campanero, J. (1989), "The information on short-maturity interest rates and spot rate mean reversion", mimeo FEDEA.

Serrat A. (1990). "Modelización de la estructura intertemporal de tipos de interés en equilibrio general", Documento CEMFI, Banco de España.

Shiller, R.J., J.Y. Campbell y K.L. Schoenholtz (1983), "Forward rates and future policy: Interpreting the term structure of interest rates". Brookings Papers on Economic Activity, Vol. 1983, N<sup>o</sup> 1, p. 173-217.

Shiller, R.J. (1990), "The term structure of interest rates", capítulo 13 de Handbook of Monetary Economics, Vol. 1, editado por B.M. Friedman y F.H. Hahn.