

ESTUDIOS SOBRE LA ECONOMIA ESPAÑOLA

**¿Qué parte de las variaciones de las tasas de desempleo
puede explicarse por cambios en las pirámides
poblacionales en España?**

**Begoña Eguía
Cruz Angel Echevarría**

EEE 118

Noviembre 2001



<http://www.fedea.es/hojas/publicado.html>

¿Qué Parte de las Variaciones de las Tasas de Desempleo Puede Explicarse por Cambios en las Pirámides Poblacionales en España?

Begoña Eguía

Cruz A. Echevarría*

30 de octubre de 2001

Resumen

En este trabajo se analiza el efecto a largo plazo de los cambios en la distribución por edades de la población española sobre las tasas de desempleo, desagregadas por sexo y tramos de edad. Dada la no estacionariedad de las series, la teoría de la cointegración proporciona un marco adecuado para efectuar el estudio. Cuatro son los principales resultados. *Primero*, el análisis empírico no proporciona un esquema claro de las relaciones a largo plazo entre las variables poblacionales y las tasas de desempleo específicas para los distintos grupos. *Segundo*, en una primera aproximación, se detecta la existencia de, al menos, una relación de equilibrio en todos los modelos excepto en aquéllos que incluyen a las mujeres desempleadas de edad intermedia y de mayor edad. *Tercero*, tras efectuar un análisis más exhaustivo, sólo puede justificarse la existencia de tales relaciones en los varones desempleados más jóvenes y de edad intermedia, no siendo éste el caso en los restantes grupos. *Cuarto*, la dinámica a corto plazo de las tasas de desempleo de los más jóvenes (hombres y mujeres) y de los varones de edad intermedia está afectada por las desviaciones transitorias de estas relaciones a largo plazo.

Palabras Clave: Tasas de Desempleo, Envejecimiento Poblacional, Estacionariedad, Cointegración.

*Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad del País Vasco. Avda. Lehendakari Aguirre 83, 48015 Bilbao. E-mail: ebpegpeb@bs.ehu.es, jepecolc@bs.ehu.es. Agradecemos la financiación recibida de la Universidad del País Vasco (UPV 035.321-G54/98) y del Gobierno Vasco (PI-1999-131).

1 Introducción

El propósito de este artículo consiste en analizar si la estructura por edades de la población tiene efectos significativos sobre las tasas de paro españolas, desagregadas por sexo y tramos de edad para el periodo 1976:3 - 1998:4.

El desempleo, por un lado, y la influencia de las variables demográficas sobre la actividad económica, por otro, son dos cuestiones que han recibido considerable atención en las recientes décadas.

Con respecto a la primera, son numerosas las referencias sobre el comportamiento de la tasa de desempleo agregada y su elevado grado de persistencia en los países desarrollados [véase Alogoskoufis y Manning (1988) para varios países europeos, además de USA y Japón; Andrés (1993) y Leslie et al. (1995) para los países de la OCDE; o Lee y Siklos (1990) para la economía canadiense]. El desempleo en España y, en particular, las elevadas tasas que soporta, también constituye el objeto de análisis de muchos economistas [por ejemplo, Alogoskoufis y Manning (1988), Andrés (1993), Leslie et al. (1995), Dolado y López-Salido (1996), Andrés, Domenech y Taguas (1996)]. Si bien es amplia la variedad de trabajos que caracteriza la evolución de la tasa de desempleo agregada, es muy escasa la que caracteriza a esta variable desagregada por sexo y tramos de edad [Zimmermann (1992) y Schmidt (1993) son dos ejemplos para el caso alemán y Ahn et al. (2000) para el caso español].

Con respecto a la segunda cuestión antes apuntada, también resultan numerosos los trabajos publicados, motivados gran parte de ellos por el progresivo envejecimiento poblacional experimentado por las economías occidentales.¹ Por ejemplo, es amplia la literatura que muestra la influencia que la estructura poblacional ejerce sobre los gastos en educación, las pensiones, los gastos en sanidad y, en general, el presupuesto público. Velarde (1990), Roche (1991) y Herce (1994), entre otros, muestran cómo la distribución por edades de la población afecta tanto al volumen como a la composición del gasto social en su conjunto. Auerbach y Kotlikoff (1984), López García (1992), Jensen y Nielsen (1992), Compagnie (1994) o Eguía (1997), centrándose en la Seguridad Social, analizan la incidencia demográfica

¹La pirámide poblacional está alterando su estructura. Dos son las principales causas de este cambio para el caso español. Primera, la notable caída experimentada por la natalidad desde los años 60 hasta la actualidad, pasando de una tasa del 21.98 por cada 1000 habitantes en 1964 al 9.37 en 1997. Y, segunda, el progresivo incremento en la esperanza de vida de los individuos [ver INE (2000)]. La evolución de la fecundidad y la mortalidad, además de la propia estructura por edades actual, determinarán, por tanto, el comportamiento futuro de la población [véase Fernández Cordon (1998)].

sobre la misma. En relación a los ingresos públicos, Echevarría (1995) argumenta que el diseño impositivo óptimo depende precisamente de esta estructura de edad poblacional. También se pueden encontrar estudios que muestran la relación entre la demografía y diversas variables macroeconómicas. Así, por ejemplo, Fair y Dominguez (1991) investigan el impacto de la estructura por edades de la población americana sobre diversos tipos de consumo agregado, sobre la inversión en vivienda y sobre la demanda de dinero agregada.

Es amplia, por tanto, la literatura que aborda cuestiones relativas al comportamiento del mercado de trabajo, por una parte, y a la demografía y economía, por otra. No es tan extensa, por el contrario, la que analiza la relación existente entre ellos. A pesar de todo, se pueden encontrar algunas referencias que explotan esta línea de investigación. Los efectos de la estructura por edades de la población americana sobre el mercado laboral han sido estudiados por Welch (1979), Berger (1985) y Fair y Dominguez (1991), entre otros. Los primeros analizan la influencia sobre el crecimiento de las ganancias. Los segundos centran su atención en las tasas de participación en la fuerza de trabajo de determinados grupos (según su edad y sexo). Zimmermann (1992) y Schmidt (1993) constituyen dos ejemplos del caso alemán. Estos autores examinan los efectos de variaciones en la composición de edades de la población alemana sobre las tasas de paro de distintos grupos específicos según su sexo y tramo de edad. Cuestiones demográficas también han sido tratadas en Bover y Arellano (1995), quienes discuten los principales factores que incidieron en el incremento de la participación femenina en el mercado de trabajo español durante los años ochenta. La reducción en las tasas de natalidad y la evolución del desempleo son dos de las causas que sugieren.

Refiriéndonos de manera específica a la economía española, tampoco la interacción entre el desempleo y la composición demográfica ha recibido una profunda atención por parte de los economistas. No obstante, puede encontrarse alguna referencia al respecto. Así, Castillo y Jimeno (1996), por ejemplo, concluyen que variaciones en la población activa no contribuyen significativamente a explicar el comportamiento de la tasa de paro española. No existen, sin embargo, estudios empíricos que muestren si el envejecimiento demográfico es uno de los factores determinantes de las elevadas tasas de desempleo a las que se enfrentan los distintos grupos poblacionales en España y, en particular, los más jóvenes.² Aunque

²Las tasas de desempleo en España se sitúan entre las más altas de los países de la OCDE, especialmente las correspondientes al colectivo de menor edad [véase OCDE (1994) y Ahn et al.

limitándose a un colectivo específico, Ahn et al. (2000) pueden considerarse una excepción. Empleando dos enfoques alternativos, uno macroeconómico y otro microeconómico, sugieren la existencia de una relación positiva entre el tamaño relativo de la población juvenil (población de 16 a 19, de 20 a 24 y de 25 a 29 años en relación a la población de 25 a 54 años) y sus tasas de desempleo asociadas. Este artículo pretende dar respuesta a cuestiones de este tipo. Así, tiene como propósito analizar la influencia que los cambios en la distribución de edad poblacional, caracterizados a través de la edad media y el tamaño medio de la población, pueden ejercer sobre las tasas de desempleo para cada grupo de edad y sexo. El estudio puede considerarse, por tanto, una extensión de los trabajos previos de Zimmermann (1992) y Schmidt (1993).

El método empleado comprende tres etapas, para cada grupo de edad y sexo. La primera consiste en analizar el grado de integración de las variables. Para este propósito presentamos los resultados correspondientes a los contrastes de Dickey y Fuller (1981), Phillips y Perron (1988), Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992), Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990), Perron (1990), Perron y Vogelsang (1992) y, por último, Clemente et al. (1998). Tras efectuar toda esta secuencia de contrastes, y detectar la existencia de al menos una raíz unitaria en todas las series, en una segunda etapa estimamos las posibles relaciones de cointegración entre las variables demográficas y las tasas de paro. Empleamos para ello dos enfoques. Primero, el propuesto por Engle y Granger (1987). Segundo, el sugerido por Johansen (1988). Posteriormente, efectuamos contrastes relativos a los vectores de cointegración y a los coeficientes de ajuste a corto plazo. De forma más precisa, estudiamos si el comportamiento a largo plazo del sistema depende de todas las variables. Contrastamos asimismo, en un contexto multivariante, la posible estacionariedad de las series; e investigamos si alguna de las variables implicadas no se ajusta a corto plazo para garantizar la trayectoria de equilibrio a largo plazo.

Cuatro son los principales resultados. *Primero*, la evidencia muestral no proporciona información precisa sobre la existencia de relaciones a largo plazo entre las variables poblacionales y las tasas de desempleo desagregadas por sexo y tramo de edad. *Segundo*, un primer análisis sugiere la presencia de tales relaciones en todos los modelos de corrección de error, excepto en aquéllos que incluyen a las mujeres paradas de edad intermedia y de mayor edad. *Tercero*, tras realizar una

(2000)].

serie de contrastes, sin embargo, sólo podemos justificar una evolución conjunta de la población y las tasas de desempleo en los varones más jóvenes y en los de edad intermedia, no siendo éste el caso en los restantes grupos. *Cuarto*, la dinámica a corto plazo de las tasas de paro (de los/las más jóvenes y de los de edad intermedia) está afectada por las desviaciones transitorias de estas relaciones a largo plazo.

El resto del artículo se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se deriva un modelo teórico que permite formalizar los efectos de cambios en la estructura de edades de la población sobre las tasas de desempleo específicas para diversos tramos de edad y sexo. La Sección 3 define las variables implicadas en el trabajo. El análisis de estacionariedad y el posterior estudio de las relaciones de cointegración aparece en la Sección 4. Se realizan, asimismo, contrastes relativos a los vectores de cointegración y a la matriz de ponderaciones, que recoge los coeficientes de ajuste de cada una de las variables hacia el equilibrio a largo plazo. Para finalizar, en la Sección 5 se presentan las principales conclusiones.

2 Modelo teórico

En esta Sección se deriva un modelo simple que permite formalizar los efectos de variaciones en la estructura de edades de la población sobre la tasa de desempleo específica para un determinado tramo de edad y sexo. Esta formalización constituye una extensión de Welch (1979) y Schmidt (1993). Se emplea un modelo de “*career phases*”, o “*de etapas profesionales*”, representando el hecho de que el trabajador atraviesa diversas etapas en el mercado de trabajo.³

La idea básica de un “*modelo de etapas profesionales*” es que, en cualquier momento de la vida laboral del individuo, éste se encuentra en un proceso de transición entre dos etapas. En nuestro caso, cada etapa está caracterizada por el tramo de edad al que pertenece el trabajador. Suponiendo que distintas etapas están asociadas a distintos grados de experiencia en el mercado laboral (siendo ésta, claro está, mayor a medida que el individuo alcanza un tramo de edad superior), se puede considerar el proceso de transición en términos de formación para elevar el “stock” de capital humano. En particular, consideramos tres etapas en la vida laboral del trabajador: trabajadores jóvenes (etapa que comprende los 16 y 29 años), a quienes denotamos por $j = 1$; trabajadores de edad intermedia (etapa comprendida entre

³Este punto de vista es semejante al de los modelos de ciclo vital, porque la etapa en la que se encuentra el trabajador está determinada por su edad.

los 30 y los 44), denotados por $j = 2$; y trabajadores de mayor edad (mayores de 44 años), denotados por $j = 3$.⁴ Esto hace un total de seis grupos de trabajadores: tres tramos de edad para cada sexo, este último denotado por $i = h$ para los hombres, e $i = m$ para las mujeres.

El modelo supone que cuando el trabajador comienza la etapa j (a la edad x_j), abandona por completo la anterior, $j - 1$ [salvo cuando j sea la primera] y empieza la transición hacia la etapa siguiente, $j + 1$ [excepto cuando j sea la última]. De forma más precisa, estando en j , el trabajador destina una proporción $p_j^i(x)$ de su tiempo a esta etapa (proporción que decrece -por simplicidad- linealmente con la edad); el resto del tiempo, en una proporción (creciente) $1 - p_j^i(x)$, lo emplea en incrementar su “stock” de capital humano para poder acceder a una etapa superior, $j + 1$. Formalmente, $p_j^i(x)$ es tal que $dp_j^i(x)/dx < 0$ y $d^2p_j^i(x)/dx^2 = 0$ para $x \in [x_j, x_{j+1}]$, $p_j^i(x_j) = 1$, y $p_j^i(x_{j+1}) = 0$. [Ver Figura I].

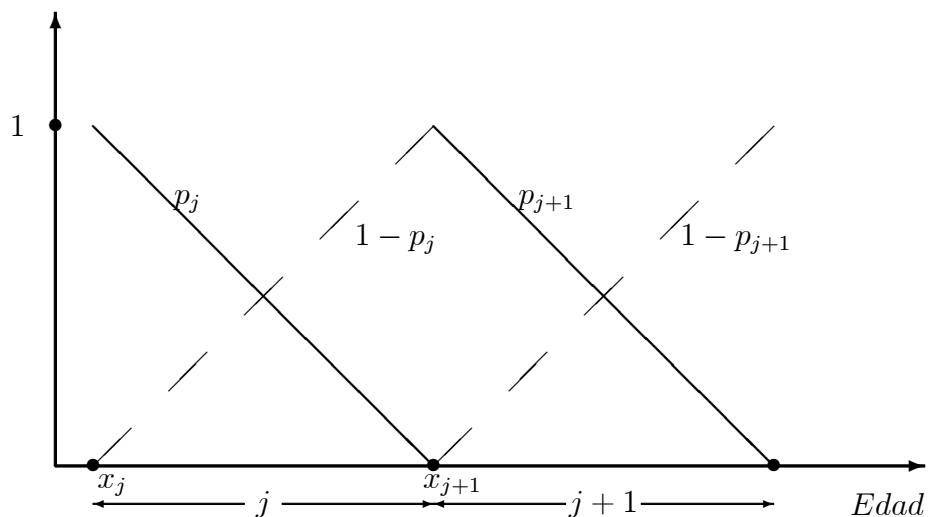


Figura I

⁴El modelo se limita a estos tres tramos de edad. Se debe tener en cuenta que, primero, estos tramos no son necesariamente homogéneos y, segundo, que podrían considerarse otras particiones alternativas, permitiendo así un mayor nivel de desagregación. Ahn et al. (2000), por ejemplo, al analizar la incidencia poblacional en la tasa de desempleo juvenil, presentan este primer tramo de edad (de 16 a 29 años) dividido en tres (de 16 a 19, de 20 a 24 y de 25 a 29 años). No obstante, dado el propósito del trabajo, tenemos que establecer un límite para poder identificar colectivos razonables. Definiendo estos tres tramos, podemos representar a los trabajadores que recientemente se han incorporado al mercado; a aquéllos que han adquirido un cierto nivel de cualificación; y al colectivo con mayor experiencia en el mundo laboral. Schmidt (1993) considera siete tramos de edad. Sin embargo, plantea que esta excesiva desagregación, junto al escaso tamaño muestral, puede ser una posible justificación al rechazo de la existencia de relaciones a largo plazo entre el tamaño de las cohortes y las tasas de desempleo para varios de estos tramos de edad.

Así, el número de individuos del grupo ji que ofrece su fuerza laboral (esto es, **su oferta de trabajo**) se obtiene como

$$M_j^i = \int_{x_{j-1}}^{x_j} [1 - p_{j-1}^i(x)] m^i(x) dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} p_j^i(x) m^i(x) dx, \quad j = 1, 2, 3, \quad i = h, m, \quad (1)$$

donde $m^i(x)$ denota la población activa de edad x y sexo i .⁵ Nótese que (para ambos sexos) tanto los individuos del tramo de edad j como los del tramo de edad anterior $j - 1$ ofrecen sus servicios laborales al tramo j . Los primeros en una proporción $p_j^i(x)$, y los segundos en una proporción $1 - p_{j-1}^i(x)$.

El proceso de producción viene representado por una función de producción agregada $Y = f(N, EC)$. N denota la cantidad total de factor trabajo, y se supone que es una función de todos los grupos de trabajadores que hay en esta economía, esto es, $N = g(N_1^h, N_1^m, N_2^h, N_2^m, N_3^h, N_3^m)$, donde N_j^i denota el número de trabajadores del tramo de edad j y sexo i . Nótese que se permite que diferentes grupos de trabajadores presenten distintas productividades. (En caso contrario, se tendría que $g(\cdot)$ sería la suma de todas las N_j^i s). EC recoge todos los demás factores de producción que son considerados fijos en el corto plazo y que reflejan el estado de la economía. En otras palabras, EC representa el nivel de actividad económica.

Suponemos que dados los salarios para cada tramo de edad específico, w_j ($j = 1, 2, 3$) [que serán determinados más adelante] y el valor de EC , las empresas eligen los *inputs* de trabajo correspondientes a los seis grupos de trabajadores, N_j^i . Para ello, resuelven el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_{\{N_j^i\}} & f(N, EC) - \sum_{j=1}^3 w_j (N_j^h + N_j^m) \\ \text{s.a } & N = g(N_1^h, N_1^m, N_2^h, N_2^m, N_3^h, N_3^m). \end{aligned}$$

Al igual que otros autores [ver, por ejemplo, Welch (1979) y Berger (1985)], estamos permitiendo implícitamente distintos salarios para diferentes tramos de edad, aunque suponemos que son los mismos para ambos sexos.⁶ Sin embargo, nada impediría que el modelo incluyese discriminación salarial por sexos.

⁵Por construcción, para la etapa $j = 1$, el primer sumando en (1) debe ser idénticamente nulo. Lo mismo sucede para el segundo sumando en la última etapa [en nuestro caso, $j = 3$].

⁶Welch (1979) y Berger (1985) encuentran efectos significativos de la estructura de edades de la población sobre los salarios, y muestran que los trabajadores de mayor edad (con mayor experiencia) ganan más que los trabajadores más jóvenes que se han incorporado al mercado laboral.

Del problema de maximización, obtenemos un sistema de condiciones de primer orden a partir del cual derivamos las **funciones de demanda de trabajo de cada grupo de edad y sexo**:

$$N_j^{i*} = h_j^i(w_1, w_2, w_3, EC), \quad j = 1, 2, 3, \quad i = h, m, \quad (2)$$

que dependen de los salarios para todos los tramos de edad y de la variable que representa el nivel de actividad económica.

Obtenidos el número de trabajadores empleados y el número de individuos del grupo que ofrecen su fuerza laboral, podemos derivar las **tasas de desempleo asociadas a cada grupo**:

$$U_j^i = \frac{M_j^i - N_j^i}{M_j^i}, \quad j = 1, 2, 3, \quad i = h, m. \quad (3)$$

Por lo tanto, U_j^i vienen determinadas por los salarios asociados a los distintos tramos de edad, la distribución de la población activa según la edad (y el sexo), y el nivel de actividad económica, $U_j^i = f_j^i(w_1, w_2, w_3, m^i(x), EC)$.

Para finalizar con el modelo, suponemos que hay una organización sindical, que representa a toda la fuerza laboral de la economía, que fija los salarios de todos los trabajadores. Sus preferencias vienen definidas, precisamente, sobre dichos salarios, además del empleo de todos los grupos, y están representadas por una función de utilidad V . De esta forma, la determinación salarial por parte de esta organización sindical requerirá la maximización de V sujeta a la demanda de trabajo de las empresas para cada grupo de edad y sexo:

$$\max_{\{w_j\}} V(w_1, N_1^h, N_1^m, w_2, N_2^h, N_2^m, w_3, N_3^h, N_3^m) \quad (4)$$

$$\text{s.a } N_j^{i*} = h_j^i(w_1, w_2, w_3, EC), \quad j = 1, 2, 3, \quad i = h, m.$$

Las condiciones de primer orden para este problema están dadas por:

$$\frac{\partial V}{\partial w_j} + \sum_{k=1}^3 \sum_{i=h,m} \frac{\partial V}{\partial N_k^i} \frac{\partial N_k^i}{\partial w_j} = 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Finalmente, de (5) obtenemos los salarios óptimos como función únicamente del nivel de actividad económica, $w_j^* = w_j(EC)$, $j = 1, 2, 3$. Idéntico resultado puede encontrarse también en Schmidt (1993).

En definitiva, la tasa de desempleo específica para cada grupo está determinada por el nivel de actividad económica, y por la estructura de edades de la población

activa [$U_j^i = \ell_j^i[m^i(x), EC]$]. En nuestro caso, la variable EC la aproximamos por la tasa de crecimiento del PIB [que denotamos por Y].⁷ La especificación para la estructura por edades de la población ha sido la misma que la empleada en Zimmermann (1992). Ésta la aproximamos por dos variables: la *edad relativa media* y el *tamaño relativo medio de la población*, ambas expresadas en términos del ratio de “adultos” sobre “jóvenes” (que denotamos, respectivamente, E_i y T_i , y que definimos en el siguiente apartado de manera precisa). Una especificación alternativa consistiría en describir esta estructura de edades a través de los tamaños de las distintas cohortes. De esta forma, se tendría en cuenta de forma conjunta tanto la edad como el tamaño de la población [véase Schmidt (1993)].⁸ Así, la tasa de desempleo para cada sexo y tramo de edad está caracterizada por:

$$U_j^i = \ell_j^i(E_i, T_i, Y).$$

Esta expresión justifica la inclusión de la edad relativa media de la población, su tamaño relativo medio y la tasa de crecimiento del PIB como posibles factores explicativos del comportamiento de las tasas de paro específicas para cada grupo. Nuestro interés se centra ahora en tratar de confirmar si tales tasas están efectivamente determinadas por sus fundamentos, al menos en el largo plazo, para la economía española.

Antes de finalizar la Sección, comentar algunos supuestos adicionales implícitos en el modelo. Primero, ignoramos la presencia de flujos migratorios y, por tanto, suponemos que la migración no ha sido un determinante importante de la estructura de edades de la población española. Segundo, el proceso de transición entre las distintas etapas de la vida del individuo lo consideramos exógeno y, por tanto, independiente del tamaño de las distintas cohortes.

3 Definición de las variables

Todos los datos utilizados a partir de esta Sección proceden de la Encuesta de Población Activa y de la Contabilidad Nacional Trimestral, ambas elaboradas por el Instituto Nacional de Estadística. La frecuencia de los datos es, por tanto,

⁷Alternativamente, se puede emplear la tasa de desempleo agregado [Schmidt (1993)]. Sin embargo, ambas variables están relacionadas, por lo que capturan en gran medida los mismos efectos. La relación, claro está, es la *ley de Okun*.

⁸Este autor no asegura, sin embargo, que estos tamaños de las cohortes sean la medida correcta para explicar las tasas de desempleo específicas para cada tramo de edad.

trimestral y el periodo muestral se extiende desde el tercer trimestre de 1976 hasta el cuarto trimestre de 1998. Las variables utilizadas se definen a continuación:

- **Tasas de desempleo**, U_j^i , previamente definidas en (3). Recuérdese que $j = 1$ representa a los trabajadores entre 16 y 29 años, $j = 2$ a los que tienen edades comprendidas entre los 30 y 44, y $j = 3$ a los mayores de 44. Asimismo, $i = m$ representa a las mujeres y h a los hombres.

- **Variables demográficas**. Dos variables demográficas son empleadas para caracterizar la distribución por edades de la población:

- *Tamaño medio de la población adulta en relación a la población joven*, T_i . Consideramos *joven* al colectivo con edades comprendidas entre los 16 y los 39 años (ambas incluidas), y *adultos* a los que alcanzando los 40 no superan la edad legal de jubilación, esto es, los 65 años. Idéntica clasificación aparece en Bailén y Gil (1996). T_i está definida, por tanto, como el cociente entre el tamaño del segundo grupo de trabajadores y el primero. Ignoramos al resto de la población debido a su escasa o nula participación en el mercado laboral.

- *Edad relativa media de la población*, E_i . Está definida como el cociente entre la edad media de los adultos y la edad media de los jóvenes.

- **Tasa de crecimiento del PIB**, Y . Definida como la tasa trimestral de crecimiento del PIB real, base 1986. La inclusión de esta variable permite recoger la influencia que el ciclo económico ejerce sobre las tasas de desempleo.⁹

Las variables están representadas en el Apéndice I. Nótese que, en general, la evolución de las tasas de desempleo desagregadas por sexo y tramos de edad muestra fluctuaciones de signo similar a la tasa de desempleo agregada para el mismo intervalo temporal. Todas ellas, aunque algunas de forma más pronunciada [ver tasa agregada, tasas masculinas y tasa asociada a las mujeres más jóvenes], presentan un comportamiento contracíclico: tasas elevadas en periodos de recesión económica (por ejemplo, a finales de los años setenta y durante la primera mitad de los años ochenta) y tasas más reducidas en los periodos expansivos (desde la entrada de España en la CEE hasta comienzos de los noventa, por ejemplo). Cierta divergencia surge en las tasas de desempleo de las mujeres mayores de 30 años (de 30 a 44 y mayores de 44). A lo largo del periodo muestral, y salvo breves periodos de estabilidad, estas series (U_2^m

⁹Como hemos mencionado anteriormente, ésta es, en esencia, la *Ley de Okun*. La evidencia empírica para el caso español muestra un coeficiente de correlación negativo de -0.7 entre los cambios en la tasa de desempleo (agregado) y la tasa de crecimiento del PIB. [Ver Mankiw (1997), pág. 47].

y U_3^m) presentan un crecimiento continuado, que se torna ligeramente decreciente a mediados de los años noventa, coincidiendo con una etapa de expansión económica (y con la caída de la tasa de desempleo agregada). La relación entre la evolución económica española y las tasas de paro de las mujeres mayores de 30 años no parece tan estrecha como la que puede existir con los desempleados pertenecientes a otros grupos. No resultará sorprendente encontrar, por tanto, unos resultados para estos dos grupos que difieran en cierta medida de los obtenidos para el resto.

Del análisis de estas tasas, se aprecia también que las referidas a las mujeres son, en general, más altas que las referidas a los hombres y que, asimismo, presentan unas oscilaciones cíclicas menos acentuadas.

La evolución difiere también en función del intervalo de edad considerado (el caso femenino constituye el mejor ejemplo). Las tasas más elevadas corresponden a los más jóvenes y las más reducidas a los de menor edad.

El análisis descriptivo de las series de desempleo muestra, por tanto, mayores tasas, por una parte, para los trabajadores de sexo femenino que para los de sexo masculino y, por otra, para los de los tramos de edad inferior en relación a los de edad superior. Este distinto comportamiento justifica la presentación de los resultados desagregados por sexo y tramos de edad.

En relación a las variables poblacionales, el sexo no parece ser un condicionante en su evolución: el perfil de las series (T_i, E_i) es similar en ambos casos. Por ejemplo, T_i sigue, en general, una tendencia decreciente hasta mediados de los noventa, lo cual refleja la presión que están ejerciendo aquéllos nacidos en la etapa del *baby boom*. Desde la segunda mitad de los años sesenta hasta finales de los setenta, la población española estuvo sometida a unas elevadas tasas de natalidad [en particular, 1964 experimentó el mayor número de nacimientos del siglo XX]. Dado que su impacto sobre el colectivo “juvenil” (de 16 a 39 años) se nota transcurridos al menos dieciséis años, es a partir de finales de los setenta o comienzos de los ochenta cuando se empieza a percibir el mayor volumen de población “juvenil” y, consiguientemente, la caída en el tamaño de la población adulta en relación a la población joven, T_i . Desde 1994 aproximadamente, sin embargo, se aprecia un cambio en el comportamiento de esta última serie, T_i , mostrando una cierta estabilidad o incluso un ligero crecimiento. El menor número de nacimientos desde finales de los setenta, que comienzan a alcanzar a partir de este momento la edad de trabajar, empieza a ejercer su efecto sobre la población “juvenil”.¹⁰ Evidentemente, las reducidas tasas

¹⁰A lo largo del periodo muestral 1976 - 1998, se pueden contemplar, por tanto, los efectos

de natalidad y el envejecimiento demográfico al que se ve sometido la población española provocarán, en las próximas décadas, un crecimiento continuado de esta variable. No es de esperar, además, que se produzca un nuevo cambio en su tendencia a medio o largo plazo. Incluso aunque en los próximos años la tasa de natalidad se recupere y experimente un aumento, su impacto sobre la población “juvenil” no se hará notar hasta pasados al menos dieciséis años. Este incremento, además, debería ser sustancial para poder compensar el menor número de nacimientos de estas dos últimas décadas.

Mediante una inspección visual de las series se puede inferir, asimismo, una cierta relación negativa entre el tamaño relativo medio de la población y las tasas de desempleo específicas para el periodo 1976 - 1998. Las tasas de paro correspondientes a los distintos tramos de edad muestran, en general, una tendencia creciente durante la primera mitad de la muestra (de 1976 a 1986 aproximadamente) y decreciente a partir de mediados de los años noventa. La trayectoria contraria se manifiesta en el tamaño relativo medio de la población, tanto masculino como femenino: un primer decrecimiento y un posterior cambio en su comportamiento en la segunda mitad de los noventa. Es de esperar, por tanto, un signo negativo en el análisis del efecto de T_i sobre U_j^i .

Por último, nótese que ninguna de las series parece tener una media constante, pudiéndose, así, cuestionar su estacionariedad. En otras palabras, podemos plantearnos si las variables involucradas en el estudio son procesos estacionarios o si, por el contrario, contienen (al menos) una raíz unitaria. En el apartado siguiente formalizamos estos conceptos y, posteriormente, efectuamos los contrastes oportunos para analizar estas propiedades.

4 Metodología

4.1 Algunos conceptos asociados

Sea x_t una serie temporal definida para $t = 1, \dots, T$. Se dice que x_t es *estacionaria* (en sentido débil) si sus momentos de primer y segundo orden son invariantes en el tiempo. Esto es, se requiere que el proceso tenga media y varianza constantes, y que la covarianza entre cualesquiera dos valores de la serie dependa únicamente de la amplitud del intervalo, y no del momento del tiempo, entre esos dos valores.

contrarios de un primer aumento y una posterior caída en el tamaño de la población “juvenil”. El motivo, claro está, es la amplitud del intervalo que define al grupo de los jóvenes.

Una terminología alternativa define una variable x_t , que satisface las condiciones anteriores, como una serie integrada de orden cero, y la denota $x_t \sim I(0)$. Asimismo, una serie x_t que no es estacionaria en niveles pero sí en primeras diferencias se dice que es integrada de orden uno, esto es, $x_t \sim I(1)$.

En términos generales, x_t es *integrada de orden d* , y se denota $x_t \sim I(d)$, si su diferencia de orden d admite una representación ARMA estacionaria e invertible.

A continuación, tratamos de determinar el orden de integración de las variables U_j^i , T_i , E_i e Y , donde $i = h, m$ y $j = 1, 2, 3$. Un orden d distinto de cero exigirá el planteamiento de métodos de estimación alternativos a los tradicionales si se pretende estimar un modelo en el que estas variables aparezcan involucradas. La no estacionariedad invalida algunos resultados estadísticos en los que se basan las técnicas convencionales de estimación.

4.2 Análisis de estacionariedad de las series

4.2.1 Contrastes *DFA*, *PP*, *KPSS*, *HEGY*

Dos estrategias diferenciadas, en función del planteamiento de las hipótesis de contraste, pueden emplearse para determinar el orden de integración de las series temporales. La primera se refiere a los “tests” propuestos por Fuller (1976), Dickey y Fuller (1981), Phillips (1987), Phillips y Perron (1988) o Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990). En todos ellos las variables tienen una raíz unitaria bajo la hipótesis nula. La segunda estrategia, por el contrario, contrasta la hipótesis nula de estacionariedad de las series [véase Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992)].

El procedimiento sugerido por **Dickey y Fuller** requiere estimar el modelo

$$\Delta x_t = \gamma + \beta t + \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (6)$$

que incluye, en este caso, una constante y una tendencia temporal. Evidentemente, se pueden proponer modelos más sencillos en los que los componentes determinísticos no estén presentes, si éstos resultasen no significativos. La hipótesis a contrastar es $H_0 : \alpha = 0$ frente a $H_a : \alpha < 0$, esto es, presencia de raíz unitaria en la serie x_t frente estacionariedad de la misma. Propuestas las hipótesis, debe calcularse el estadístico t de mínimos cuadrados, cuya distribución resulta no estándar. Fuller (1976) derivó los valores críticos para dicho estadístico usando técnicas de simulación.

La determinación de la distribución asintótica, sin embargo, está condicionada a la presencia de errores ruido blanco en el modelo, aun cuando es frecuente

encontrarse con procesos más generales para ε_t . En estos casos, Dickey y Fuller (1981) han demostrado que dicha distribución se sigue manteniendo si, siendo ε_t un proceso autorregresivo de orden p , se generaliza el modelo (6) incorporando las diferencias de la variable endógena retardada como nuevos regresores. Este tipo de contraste es el denominado *test de Dickey y Fuller ampliado* [contraste *DFA*]. Esta especificación más general el modelo es:

$$\Delta x_t = \gamma + \beta t + \alpha x_{t-1} + \sum_{\iota=1}^p \delta_{\iota} \Delta x_{t-\iota} + \varepsilon_t.$$

La elección del valor de p se realiza sobre la base de los datos disponibles. Debe ser lo suficientemente elevado para eliminar la posible autocorrelación del término del error y lo suficientemente reducido para que la pérdida de grados de libertad sea pequeña. El método empleado en este trabajo es el sugerido por Campbell y Perron (1991), Hall (1990), Perron (1990), Perron y Vogelsang (1992). El procedimiento es el siguiente. Se parte de un p_{max} , que hemos supuesto igual a ocho, y se van reduciendo retardos $[\Delta x_{t-\iota} \ (\iota = 1, 2, \dots, p_{max})]$ de forma recursiva siempre que no resulten significativos (empleando una distribución normal asintótica). Finalmente, se elige aquel p necesario para lograr que los residuos de la regresión *MCO* sean ruido blanco. Perron y Vogelsang (1992) proponen dos métodos adicionales para su selección, sin embargo argumentan que el aquí presentado proporciona, generalmente, contrastes con mayor potencia.

Phillips y Perron (1988) proporcionan un procedimiento alternativo para efectuar el contraste [contraste *PP*]. Admiten supuestos sobre ε_t más generales que con el método anterior permitiendo, en particular, que los errores sean procesos heterocedásticos y presenten autocorrelación. Estos autores sugieren estimar el modelo (6), sin incorporar elementos adicionales como proponían Dickey y Fuller (1981), y posteriormente, introducir una corrección no paramétrica en los estadísticos de contraste. De esta forma, logran un doble objetivo. Por una parte, tienen en cuenta la posibilidad de que los errores no sean ruido blanco y, por otra, consiguen que estos estadísticos “corregidos” tengan una distribución asintótica semejante a la derivada por Dickey y Fuller (1981).

El contraste propuesto por **Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992)** [contraste *KPSS*] constituye un complemento a los “tests” *DFA* y *PP*. Como hemos apuntado anteriormente, una diferencia se encuentra en el planteamiento de las hipótesis de contraste. Éstos consideran $H_0 : x_t$ estacionaria frente a $H_a : \Delta x_t$ estacionaria.

La escasa potencia de los “tests” planteados inicialmente por Dickey y Fuller (1981) y por Phillips y Perron (1988) para detectar la existencia de raíces unitarias en la frecuencia a largo plazo ha motivado el empleo de estos contrastes de estacionariedad. Si, no rechazando la hipótesis nula de raíz unitaria con los contrastes *DFA* y *PP*, rechazamos la hipótesis nula de estacionariedad con el “test” *KPSS*, lo podemos considerar como evidencia del comportamiento no estacionario de las series. Si, por el contrario, no rechazamos la hipótesis nula en ambos tipos de contrastes, surge una contradicción en los resultados, lo cual sugiere la ausencia de suficiente información muestral como para poder discernir el grado de integración de las variables.

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992) proponen descomponer la serie temporal en la suma de una tendencia determinista, un paseo aleatorio (r_t) y un término de error estacionario (e_t), obteniendo así:

$$x_t = \psi t + r_t + e_t, \quad r_t = r_{t-1} + u_t, \quad r_0 \text{ fijo},$$

siendo $u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$, donde u_t y e_t son independientes. Contrastar la hipótesis nula de estacionariedad en la variable x_t es equivalente a formular $H_o : \sigma_u^2 = 0$. Bajo esta hipótesis, la serie será estacionaria alrededor de una tendencia si $\psi \neq 0$, o alrededor de un nivel si $\psi = 0$.

Para el caso más general en el que el término de error no es ruido blanco, estos autores consideran que

$$KPSS = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}^2},$$

es el estadístico apropiado para efectuar el contraste, siendo $S_t = \sum_{i=1}^t \hat{\varepsilon}_i$, donde $\hat{\varepsilon}_i$ representan los residuos obtenidos en la regresión correspondiente (x_t sobre una constante o x_t sobre la constante y la tendencia). $\hat{\sigma}^2$ es un estimador consistente de la varianza de $\hat{\varepsilon}_t$. La distribución asintótica es no estándar y sus valores críticos están tabulados en Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992).

La Tabla I muestra los valores de los estadísticos de contraste *DFA*, *PP* y *KPSS* asociados a las series en niveles.

TABLA I: CONTRASTES DFA, PP, KPSS

VARIABLES EN NIVELES (T=90)			
<i>Series</i>	<i>ADF</i>	<i>PP</i>	<i>KPSS</i>
U_1^h	-2.6282	-1.7028	0.1650*
U_2^h	-2.1775	-1.4778	0.1432
U_3^h	-1.7039	-0.9348	0.3884*
E_h	-1.3284	-1.1022	0.3435*
T_h	1.7672	1.5030	0.3072*
U_1^m	-2.4616	-1.2627	0.3670*
U_2^m	0.6177	0.6284	0.9006*
U_3^m	-2.2768	-2.3162	0.5693*
E_m	-0.6917	-0.7036	2.0079*
T_m	0.4473	-0.2357	0.2986*
Y	-2.6217	-2.2848	0.1212

Nota: “*” representa el rechazo de H_0 al nivel de significación del 5%. Valor crítico para los estadísticos *DFA* y *PP*: -3.45 para un tamaño muestral de 100 [Fuller (1976), pág. 373, Tabla VI]. Valor crítico para el “test” *KPSS*: 0.146 [KPSS (1992), pág. 166].

El comportamiento de todas las series, en niveles, es similar. Tasas de desempleo (U), variables demográficas (E , T) y tasa de crecimiento del PIB (Y) muestran evidencia a favor de la presencia de, al menos, una raíz unitaria. Por tanto, cualquier perturbación transitoria que las afecte tendrá efectos permanentes sobre ellas.¹¹ Como era de esperar, dada la trayectoria mantenida por las series [véase el Apéndice I], en ningún caso se rechaza la hipótesis nula de presencia de raíz unitaria al emplear los tests *DFA* y *PP*. Se produce asimismo un rechazo generalizado de la hipótesis nula de estacionariedad como consecuencia de la aplicación del test *KPSS*. Sólo cuando se analiza la tasa de crecimiento del PIB (Y) y los desempleados de edad intermedia (U_2^h), existe algún grado de incertidumbre sobre esta posible no estacionariedad, al no rechazarse la hipótesis planteada por el test *KPSS*. Este no rechazo, no obstante, es bastante marginal puesto que los valores de los estadísticos son prácticamente iguales al valor crítico tabulado por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992).

Habiendo llegado a la conclusión de que las series no son estacionarias, el siguiente paso consiste en contrastar si son integradas de orden uno, $I(1)$, o de orden superior,

¹¹La conducta no estacionaria de la tasa de paro agregada para la economía española, conocida como el fenómeno de la histéresis, también ha sido analizada por Leslie et al. (1995), Alogoskoufis y Manning (1988), Andrés (1993) y Dolado y López-Salido (1996), entre otros.

$I(2)$. Se realizan, por tanto, de nuevo, los contrastes anteriores: en esta ocasión las variables endógenas son las primeras diferencias de cada serie. Los resultados relativos a los contrastes *DFA*, *PP* y *KPSS* se muestran en la Tabla II.

TABLA II: CONTRASTES *DFA*, *PP*, *KPSS*
VARIABLES EN PRIMERAS DIFERENCIAS (T=90)

<i>Serie</i>	<i>ADF</i>	<i>PP</i>	<i>KPSS</i>
ΔU_1^h	-2.9555	-6.0285*	0.1031
ΔU_2^h	-2.5797	-7.3910*	0.0832
ΔU_3^h	-4.0442*	-7.6374*	0.1433
ΔE_h	-5.6032*	-11.4843*	0.0377
ΔT_h	-4.6328*	-8.0637*	0.1291
ΔU_1^m	-2.7114	-7.6656*	0.0988
ΔU_2^m	-7.6499*	-7.7837*	0.1224
ΔU_3^m	-9.7168*	-9.8868*	0.1233
ΔE_m	-10.8066*	-10.9957*	0.0274
ΔT_m	-5.4719*	-8.8257*	0.0877
ΔY	-5.6241*	-4.0323*	0.1003

Nota: “*” representa el rechazo de H_0 al nivel de significación del 5%. Valor crítico para los estadísticos *DFA* y *PP*: -3.45 para un tamaño muestral de 100 [Fuller (1976), pág. 373, Tabla VI]. Valor crítico para el “test” *KPSS*: 0.146 [KPSS (1992), pág. 166].

La disparidad en los resultados no permite derivar conclusiones acerca del grado de integración en todas las variables. Existe evidencia a favor de la estacionariedad de las primeras diferencias de las variables demográficas (E , T), la tasa de crecimiento del *PIB* (Y), las tasas de desempleo de los de mayor edad con independencia de su sexo (U_3^h y U_3^m) y las mujeres de edad intermedia (U_2^m). Esto implica que en el comportamiento pasado de las series se resume toda la información relevante acerca de su evolución presente y futura. En el caso particular de las variables demográficas, por ejemplo, la información para realizar proyecciones futuras de la población puede encontrarse en la evolución pasada de las series que la caracterizan.

Resultados no concluyentes se derivan, sin embargo, del análisis de las tasas de paro de los/las más jóvenes (U_1^h y U_1^m) y de los que se encuentran en el segundo tramo de edad (U_2^h). Si bien el contraste *DFA* no rechaza la presencia de una segunda raíz unitaria en estas series, los contrastes *PP* y *KPSS* rechazan la segunda raíz unitaria en favor de la existencia de una única. En este sentido, parece que en estos

casos (U_1^h , U_1^m y U_2^h) no existe suficiente información muestral para que se pueda discernir su grado de integración.¹²

Nótese, además, que la muestra contiene información trimestral. Será necesario, por tanto, analizar la posible existencia de raíces unitarias en las frecuencias estacionales, aun cuando nuestro interés se centra en el comportamiento a largo plazo de las variables y, por tanto, en el análisis de la frecuencia a cero. Con este propósito, empleamos el contraste de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990) [ver Apéndice II], no rechazando la presencia de una raíz unitaria en la frecuencia a largo plazo pero sí en las frecuencias estacionales para todas las series analizadas.

La realización de toda esta batería de contrastes permite concluir que en este estudio no aparece ninguna variable estacionaria. La conclusión no es tan inmediata cuando se trata de determinar el orden de integración de las variables, dado que los contrastes arrojan resultados contradictorios para algunas de ellas. Parece que las tasas de desempleo para algunos grupos no sólo poseen una raíz unitaria, sino que es posible que contengan una segunda. Esto puede deberse, sin embargo, a que las variables no sean precisamente $I(2)$, sino $I(1)$, y que se haya producido algún cambio estructural a lo largo del periodo muestral.¹³ Este resultado es encontrado por Dolado y López-Salido (1996) quienes muestran que existe evidencia a favor de un cambio en la media de las primeras diferencias de la tasa de paro a partir del primer trimestre de 1986, coincidiendo con la entrada de España en la Comunidad Europea. Andrés, Molinas y Taguas (1991) también consideran la existencia de un cambio estructural en las primeras diferencias de la tasa de desempleo agregada en 1986.

Los contrastes *DFA* efectuados previamente tienen baja potencia cuando el proceso generador de datos es estacionario alrededor de una función tendencia que contiene un cambio estructural. En otras palabras, los “tests” están sesgados a favor del no rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria. Por este motivo, cuando dicha hipótesis no sea rechazada, será conveniente realizar un segundo contraste que permita la presencia de tal cambio en la estructura de la serie [ver Perron (1989,

¹²Zimmermann (1992) encontró que, independientemente del sexo y de la edad de los individuos, las tasas de desempleo alemanas contenían una única raíz unitaria. Asimismo, detectó la no estacionariedad de las variables demográficas, aunque esta evidencia era mucho más clara para la edad relativa media que para el tamaño relativo medio de la población.

¹³El periodo muestral, 1976:3 - 1998:4, abarca etapas de recesión y expansión económica que han contribuido a alterar el comportamiento del desempleo en España. A finales de los años setenta y principios de los años ochenta la economía española atravesó un periodo recesivo que fue seguido de uno expansivo, que comenzó en 1986. Desde este momento, y hasta aproximadamente el año 1991, las tasas de desempleo experimentaron una caída notable, cambiando esta trayectoria de nuevo en dicho año.

1990) y Montañés y Reyes (1998)]. Algunos “tests” consideran la presencia de un único cambio a lo largo del periodo muestral [véase Perron (1989, 1990), Perron y Vogelsang (1992), Banerjee et al. (1992), Christiano (1992), Zivot y Andrews (1992)]. Otros, sin embargo, incorporan la posibilidad de dos cambios [véase, por ejemplo, Lumsdaine y Papell (1997), Clemente et al. (1998)].

4.2.2 Contraste de Perron (1990)

En la línea de investigación de Dolado y López-Salido (1996), y tras analizar las representaciones gráficas de las series [véase Apéndice I], suponemos que únicamente se ha producido un cambio en la media de las primeras diferencias de las tasas de desempleo, y que éste ha ocurrido durante el primer trimestre de 1986. Para contrastar la presencia de raíces unitarias realizamos dos supuestos alternativos en relación a la naturaleza del periodo T_{CE} en el que tiene lugar el cambio estructural; éste depende de si el cambio en la media se considera gradual [**“innovational outlier model”**], o instantáneo [**“additive outlier model”**]. Esta distinción es importante no sólo porque las trayectorias de transición sean distintas, sino también porque difieren los procedimientos estadísticos de contraste. En ambos casos, efectuamos el “test” propuesto por Perron (1990), que supone que T_{CE} es conocido por el económetra, y que consideramos igual a 1986:1.¹⁴

“Innovational outlier model”. Perron (1990) sugiere estimar, por MCO, el siguiente modelo:

$$x_t = \gamma^* + \theta^* DU_t + d^* D(T_{CE})_t + \alpha^* x_{t-1} + \sum_{\iota=1}^p \delta_\iota^* \Delta x_{t-\iota} + \epsilon_t^*, \quad (7)$$

siendo DU_t y $D(T_{CE})_t$ dos variables ficticias. $DU_t = 1$ si $t > T_{CE}$, y 0 en caso contrario. $D(T_{CE})_t = 1$ si $t = T_{CE} + 1$, y 0 en cualquier otro caso. La introducción de retardos de Δx_t permite eliminar los posibles efectos generados por la autocorrelación en el término de error. Para la determinación del orden del retardo, p , hemos seguido el método propuesto por Hall (1990), Campbell y Perron (1991), Perron (1990) y Perron y Vogelsang (1992), empleando un valor máximo $p_{max} = 8$.

Los resultados se muestran en la Tabla III. Nótese que el análisis lo hemos realizado únicamente para U_1^h , U_1^m y U_2^h , variables cuyo orden de integración aún no hemos conseguido determinar.¹⁵

¹⁴Considerando que los cambios en el desempleo no son inmediatos sino que requieren de un proceso de ajuste, resulta más razonable el primer supuesto que el segundo. No obstante, presentaremos los resultados de ambos contrastes pudiendo así analizar su robustez ante distintas alternativas en relación a la naturaleza del periodo de cambio estructural.

¹⁵Nuestro interés principal no se centra en el estudio de la presencia de cambios estructurales,

TABLA III: CONTRASTE DE PERRON (1990)

“INNOVATIONAL OUTLIER MODEL”

<i>Series</i>	$\widehat{\alpha}^*$	$\tau(\alpha^* = 1)$	<i>p</i>
ΔU_1^h	0.5975	-2.9575	5
ΔU_2^h	0.6043	-2.4878	5
ΔU_1^m	0.5604	-2.5125	5

Nota: $\tau(\alpha^* = 1)$ denota el estadístico de contraste de la H_0 de raíz unitaria en presencia de cambio estructural. Valor crítico para un nivel de significación del 5%: -3.38 para $T = 100$ y $\lambda = T_{CE}/T = 0.5$.

Nuestros resultados difieren de los obtenidos por Dolado y López-Salido (1996). Suponiendo que $T_{CE} = 1986 : 1$, el contraste de Perron (1990) muestra evidencia a favor de la presencia de una raíz unitaria con cambio estructural en todas las series analizadas. La hipótesis de que U_1^h , U_1^m y U_2^h son $I(2)$ no se rechaza a un nivel de significación del 5%. Sus resultados, sin embargo, no necesariamente contradicen los nuestros, al menos, por dos razones: los periodos muestrales (1970 - 1994 frente a 1976 - 1998) y las series (tasa de desempleo agregada frente a tasas desagregadas por sexo y tramos de edad) no son los mismos.

“**Additive outlier model**”. El contraste de Perron (1990), en este caso, requiere estimar el modelo:

$$\tilde{x}_t = \alpha^\circ \tilde{x}_{t-1} + \sum_{\iota=1}^p \delta_\iota^\circ \Delta \tilde{x}_{t-\iota} + error, \quad (8)$$

donde $\tilde{x}_t$ son los residuos de la regresión de la variable x_t sobre un término constante y la variable ficticia DU_t . Una vez (8) es estimado, se contrasta $H_0 : \alpha^\circ = 1$. Los resultados aparecen en la Tabla IV.

TABLA IV: CONTRASTE DE PERRON (1990)

“ADDITIVE OUTLIER MODEL”

<i>Series</i>	$\widehat{\alpha}$	$\tau(\alpha^\circ = 1)$	<i>p</i>
ΔU_1^h	0.6024	-3.0491	5
ΔU_2^h	0.6246	-2.4792	5
ΔU_1^m	0.4907	-3.0735	5

Nota: $\tau(\alpha^\circ = 1)$ denota el estadístico para contrastar la H_0 de raíz unitaria en presencia de cambio estructural. Valor crítico para el nivel de significación del 5%: -3.38 para $T = 100$ y $\lambda = T_{CE}/T = 0.5$.

sino en el grado de integración de las variables. Para el resto de las series, el orden de integración ya ha sido determinado mediante los “tests” *DFA*, *PP* y *KPSS*.

Como se aprecia en la tabla, los resultados obtenidos empleando el “*additive outlier model*” y el “*innovational outlier model*” son semejantes: para las variables estudiadas, ΔU_1^h , ΔU_2^h y ΔU_1^h no se rechaza que sean $I(1)$.

Como extensión a estos contrastes, se puede considerar el caso en el que el periodo de cambio estructural no es fijado *ex-ante*, sino que es estimado sobre la base de la propia información muestral [ver la discusión en Perron y Vogelsang (1992), Zivot y Andrews (1992), Christiano (1992), Banerjee et al. (1992) y Clemente et al. (1998)]. Esta extensión se muestra en Perron y Vogelsang (1992), quienes permiten replicar el análisis anterior considerando T_{CE} desconocido. Consideran, asimismo, la posibilidad de que este cambio se produzca de forma gradual o, alternativamente, de manera instantánea. Los resultados [véase el Apéndice II], en relación a la presencia de raíces unitarias en las series, son similares a los derivados previamente con el “test” de Perron (1990): las primeras diferencias de las variables no rechazan la presencia de una raíz unitaria en presencia de un cambio en su estructura. Difieren, sin embargo, en la elección del periodo en el que este cambio ha tenido lugar. Por ejemplo, en el “*innovational outlier model*” en ningún caso es 1986:1, sino 1983:4 ó 1984:3. Estos periodos estimados, sin embargo, no se ven apoyados sobre la base de los gráficos de las series. Su inspección visual sugiere que, de existir, éste se haya producido alrededor de 1986, coincidiendo con la entrada de España en la CEE.

En este punto, y para finalizar la Sección, nos cuestionamos si la no coincidencia entre el periodo de cambio estructural propuesto *a priori* y el estimado puede deberse a la existencia de más de un cambio en la estructura de la serie. Esto es, no surgirán contradicciones en los resultados de los contrastes de Perron (1990) y Perron y Vogelsang (1992) si realmente existen dos cambios en la media de las primeras diferencias en vez de uno. García-Fontes y Hopenhayn (1996) también hacen referencia a tres etapas (o dos cambios estructurales) en la tasa de desempleo agregada en España.¹⁶

Clemente et al. (1998) proporcionan un método adecuado para efectuar un “test” de este tipo. Mediante una extensión de Perron y Vogelsang (1992), plantean contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria en presencia de dos cambios estructurales en la media de las series. El Apéndice II ofrece un análisis más detallado de este método y muestra los resultados: en ningún caso se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria. Esto es, los contrastes no rechazan un orden de integración igual a dos en las variables U_1^h , U_1^m y U_2^h . Sin embargo, los valores estimados para el α correspondiente (0.52; 0.52; 0.42; 0.45; 0.27; 0.36) difieren sustancialmente de la

¹⁶La primera de 1976 a 1984; la segunda de 1984 a 1991, y la última de 1991 a 1993.

unidad, por lo que parecen apoyar que las series sean $I(1)$. Asimismo, en todos los casos, excepto para ΔU_1^h bajo el “additive outlier model”, el primer periodo estimado del cambio estructural coincide con el previamente estimado empleando la metodología de Perron y Vogelsang (1992).

La realización de esta batería de contrastes, que considera la presencia de cambios estructurales en las series, no ha aportado, por tanto, información adicional que clarifique las conclusiones obtenidas anteriormente a través de los test *DFA*, *PP* y *KPSS*.

Los resultados generales de esta Sección se resumen a continuación. Para algunas series (E_h , E_m , T_h , T_m , U_2^m , U_3^h , U_3^m e Y) no se rechaza la hipótesis de integración de orden uno. Para las otras (U_1^h , U_1^m y U_2^h), existe incertidumbre sobre su grado de integración: los resultados de algunos “tests” reflejan que son procesos estocásticos con una raíz unitaria, mientras que otros reflejan que son procesos con dos (con independencia de que se produzcan o no cambios estructurales). La justificación a esta aparente contradicción puede encontrarse en el reducido tamaño muestral disponible para las series analizadas.¹⁷ La implicación es clara. *El problema aparece con las tasas de desempleo de los más jóvenes*. Es decir, en el caso de los adultos la presencia de una raíz unitaria refleja la persistencia del desempleo en este colectivo. Un grado de integración superior para los jóvenes, sin embargo, implica que esta persistencia es todavía mucho mayor en dicho grupo. Así, si bien la persistencia resulta problemática para la población activa más madura, aún se agrava mucho más para los más jóvenes.

4.3 Análisis de cointegración

Analizada la no estacionariedad de las series, nuestro objetivo se va a centrar ahora en el estudio de las relaciones a largo plazo entre las tasas de desempleo para cada grupo, la estructura demográfica y la tasa de crecimiento del *PIB*.

La interpretación de los resultados obtenidos a partir de un modelo estimado mediante técnicas econométricas tradicionales debe realizarse con cautela.

En este contexto la *teoría de la cointegración* constituye un marco teórico apropiado para efectuar el análisis. Esta técnica permite estimar los parámetros de largo plazo en una ecuación en la que aparecen involucradas series no estacionarias.

¹⁷Otra justificación, motivada también por la escasa disponibilidad muestral, puede ser la siguiente. Es posible que las series tengan un grado de integración fraccional próximo a dos, y que debido a la escasa potencia de los contrastes, no se rechace la presencia de dos raíces unitarias aun cuando éste no sea el caso [Andrés (1993) estima el grado de integración fraccional de la tasa de paro agregado en España, resultando un valor de 1.96].

Asimismo se pueden estudiar sus relaciones en el corto plazo vía modelo de corrección de error. Esto es, se puede integrar la dinámica a corto plazo de las variables con su equilibrio a largo plazo.

Sea $\mathbf{X}_t$ un vector k -dimensional cuyas componentes son $I(d)$. Se dice que sus k variables $(X_{1t}, \dots, X_{kt})$ están *cointegradas* de orden (d, b) si existe un vector β tal que $\beta' \mathbf{X}_t$ sea $I(d - b)$, para un $b > 0$.¹⁸ β es el denominado vector de cointegración, que no tiene por qué ser único. Esto es, puede haber más de una relación de equilibrio que dirija el comportamiento conjunto de las variables. En particular, es posible encontrar exactamente r vectores de cointegración linealmente independientes (siendo r el rango de β) donde $r \leq k - 1$.

Nuestro interés estadístico por la existencia de cointegración entre las variables que forman el vector $\mathbf{X}_t$ se centra en sus implicaciones económicas. Si $X_{1t}, \dots, X_{kt}$ están cointegradas, evolucionarán de manera conjunta, sugiriendo la existencia de relaciones de equilibrio a largo plazo entre ellas, recogidas por $\beta' \mathbf{X}_t = 0$. Así, aunque las componentes de $\mathbf{X}_t$ no sean estacionarias, existirán tales relaciones si una o más combinaciones de ellas, $\beta' \mathbf{X}_t$, sí lo son. Nótese, sin embargo, que en determinados periodos el comportamiento de las variables puede ser tal que $\beta' \mathbf{X}_t \neq 0$, existiendo la posibilidad de desviaciones transitorias de ese equilibrio a largo plazo.

A continuación empleamos las técnicas de cointegración en el análisis de las relaciones entre las tasas de desempleo y la estructura por edades de la población, además de la tasa de crecimiento del PIB. El estudio considera U_j^i como la variable a explicar y E_i , T_i e Y como las variables explicativas ($i = h, m$ y $j = 1, 2, 3$). La justificación a esta formulación puede encontrarse en el modelo teórico: la evolución de la pirámide poblacional y la situación económica determinan el comportamiento de la tasa de desempleo específica para un determinado grupo de edad y sexo. Evidentemente, el análisis de las variables puede motivar otras ordenaciones causales. Por ejemplo, una mala situación económica, acompañada de unas elevadas tasas de desempleo, puede incidir en la natalidad y, por tanto, en la estructura de edades de la población. Las tasas de paro podrían actuar, en este caso, como determinantes de las variables demográficas. El planteamiento del artículo no está centrado, sin embargo, en la resolución de cuestiones de este tipo.

Suponiendo un mercado laboral donde los trabajadores de distinta edad no son sustitutos perfectos, se puede pensar, en general, en la existencia de un “efecto expulsión” entre las cohortes. En otras palabras, se puede esperar que las generaciones más numerosas estén afectadas por las mayores tasas de desempleo

¹⁸En el caso particular de que $X_{1t}, \dots, X_{kt}$ sean $I(1)$, se tendrá que $X_{1t}, \dots, X_{kt}$ están cointegradas de orden $(1, 1)$ si $\beta' \mathbf{X}_t$ es $I(0)$, esto es, estacionario.

[véase Ahn et al. (2000)]. Así, por ejemplo, el mayor volumen de población “juvenil” a lo largo del periodo muestral motivado por el *baby boom* de los años sesenta estará afectado por unas altas tasas de desempleo asociadas. Podría esperarse, por tanto, una relación negativa entre el tamaño *relativo* de la población adulta en relación a la población joven y la tasa de desempleo, tal y como también se puede inferir de la inspección visual de las series. En Zimmermann (1992) ésta es positiva, dado que la definición de las variables poblacionales es justo la contraria: población joven respecto a población adulta. Evidencias de que aumentos en el tamaño de las cohortes están asociados a elevaciones en las tasas de desempleo también han sido encontradas en Schmidt (1993) y en Ahn et al. (2000). Trataremos de confirmar si las hipótesis están validadas por los datos de la economía española para el periodo 1976:3 - 1998:4.

El contraste de la presencia de equilibrio a largo plazo entre estas variables lo efectuamos mediante dos enfoques alternativos: el propuesto por Engle y Granger (1987) y el propuesto por Johansen (1988). A continuación presentamos ambas metodologías y los resultados de ellas derivados.

4.3.1 Enfoque de Engle y Granger (1987)

En relación a la primera, y siguiendo a Zimmermann (1992) y Schmidt (1993), estimamos un modelo de regresión, para cada grupo específico, entre los niveles de las diferentes variables:

$$U_{jt}^i = b_0 + b_1 E_{it} + b_2 T_{it} + b_3 Y_t + \varsigma_t, \quad j = 1, 2, 3, \quad i = h, m, \quad t = 1, \dots, T. \quad (9)$$

El método de *mínimos cuadrados ordinarios* resulta adecuado para este propósito dado que los estimadores son superconsistentes. Su distribución no es, sin embargo, una normal. La consecuencia inmediata son unos estadísticos t y F , usuales para el contraste de significación individual y conjunto, respectivamente, con distribuciones no estándar. En este sentido, los procedimientos de inferencia habituales no resultan adecuados en este tipo de análisis. La elección de los regresores no puede basarse, por tanto, en los contrastes usuales de significatividad. Así, los conocimientos teóricos sobre los determinantes de estas tasas de desempleo serán fundamentales al especificar el modelo econométrico.

Las estimaciones resultantes aparecen en las Tablas V y VI, para los hombres y las mujeres, respectivamente.

TABLA V: CONTRASTE DE COINTEGRACIÓN (HOMBRES)
ENFOQUE DE ENGLE Y GRANGER

	<i>Variable a Explicar</i>		
	U_1^h	U_2^h	U_3^h
cte	-1.562 (-3.53)	0.350 (2.10)	0.009 (0.07)
E_h	1.450 (6.12)	0.117 (1.30)	0.248 (3.53)
T_h	-1.212 (-10.58)	-0.574 (-13.29)	-0.495 (-14.59)
Y	-0.009 (-2.82)	-0.004 (-2.88)	-0.002 (-1.91)
DFA_{res}	-2.767	-2.852	-2.546

TABLA VI: CONTRASTE DE COINTEGRACIÓN (MUJERES)

	<i>Variable a Explicar</i>		
	U_1^m	U_2^m	U_3^m
cte	-1.496 (-3.91)	2.509 (14.74)	2.263 (22.45)
E_m	1.713 (8.30)	-0.622 (-6.78)	-0.783 (-14.41)
T_m	-1.649 (-21.16)	-1.267 (-36.55)	-0.726 (-35.38)
Y	-0.002 (-0.74)	-0.0004 (-0.32)	-0.0004 (-0.58)
DFA_{res}	-1.601	-3.821	-4.064

Nota: Valor crítico para contrastar H_0 de no cointegración: -4.22 (T=100 y nivel de significación del 5%). Ver Engle y Yoo (1987).

Una simple regresión por mínimos cuadrados permite, por tanto, estimar la relación a largo plazo entre las variables, sin preocuparse del proceso dinámico. Ésta, sin embargo, sólo puede justificarse si los residuos resultantes son estacionarios. En este sentido, examinamos ahora los residuos de la regresión de cointegración, $\hat{\varsigma}_t$. En particular, contrastamos la hipótesis nula que supone que $\hat{\varsigma}_t$ tiene una raíz unitaria frente a la hipótesis alternativa de que la serie es estacionaria. En otras palabras, la hipótesis de contraste es H_0 : no cointegración frente a H_a : cointegración.

Este análisis requiere estimar una regresión auxiliar del tipo

$$\Delta \hat{\varsigma}_t = a_1 \hat{\varsigma}_t + \sum_{\iota=1}^p a_{\iota} \Delta \hat{\varsigma}_{t-\iota} + error_t.$$

El “test” de Dickey y Fuller ampliado es uno de los procedimientos recomendados en Engle y Granger (1987) para detectar esta propiedad en los residuos. El

estadístico t asociado a $\hat{a}_1$ será el que proporcione información al respecto. Los resultados aparecen en la última fila de las Tablas V y VI [ver $DF A_{res}$].

Los valores críticos tabulados inicialmente por Fuller (1976) no resultan válidos para este propósito. La justificación se encuentra en que éstos fueron originalmente derivados para el caso de una variable a explicar *observada* y no *estimada* como se plantea en esta Sección. Engle y Granger (1987), Engle y Yoo (1987) y Phillips y Ouliaris (1990), no obstante, han proporcionado los percentiles apropiados. Estos difieren en función de la ausencia o presencia de componentes determinísticos, así como del número de variables explicativas que aparecen implicadas en la regresión de cointegración.

Un análisis de los resultados lleva a conclusiones contrarias a las esperadas. En ninguno de los modelos presentados, se rechaza la hipótesis nula de presencia de una raíz unitaria en los residuos. Su implicación inmediata es la ausencia de relaciones de equilibrio a largo plazo entre la tasa de desempleo, las variables que representan la estructura por edades de la población y la tasa de crecimiento del *PIB*. No se puede argumentar, por tanto, la existencia de un nexo común a largo plazo entre las variables implicadas. Esta conclusión es aplicable a todos los colectivos estudiados, con independencia de su sexo y edad.

Con el propósito de analizar la robustez de estos resultados, hemos considerado algunas especificaciones alternativas para estudiar este tipo de relaciones. En particular, hemos estimado modelos donde únicamente se incluye una variable para representar la estructura demográfica. En un primer caso, incorporando sólo la edad y, en un segundo caso, únicamente el tamaño de la población. Como tercera opción, hemos incluido una tendencia temporal a la ecuación (9). Schmidt (1993) y Ahn et al. (2000) también consideran esta variable en una de sus especificaciones. En todos los casos obtenemos la misma conclusión: ausencia de relaciones de equilibrio a largo plazo entre las variables demográficas, la tasa de desempleo específica para un determinado grupo y la tasa de crecimiento del *PIB*, contrariamente a lo que se podía esperar. Estas series parecen, por tanto, no seguir una trayectoria común en el largo plazo.

Son varias las interpretaciones a estos resultados. Primera, en algunos casos (véase U_1^h , U_1^m y U_2^h), existe incertidumbre sobre el orden de integración de las variables. Los modelos estimados, no obstante, consideran que todas las series son $I(1)$ y la existencia de cointegración está condicionada a la obtención de unos residuos estacionarios. Este hecho cambiaría si algunas series fuesen realmente $I(2)$, como puede ser el caso de U_1^h , U_1^m y U_2^h . En tal situación, estaríamos incluyendo

variables de distintos órdenes de integración en la regresión y estaríamos tratando de explicar una variable $I(2)$ a partir de variables $I(1)$. No sería de esperar, en ese caso, unos buenos resultados estadísticos.

Segunda, no detectar ningún tipo de cointegración entre las series no siempre refleja que éstas no estén relacionadas a largo plazo mediante una relación de equilibrio. Podría suceder que en el equilibrio interviniese alguna variable que haya sido omitida en la regresión, y sea precisamente el término de error el que, al recoger su efecto, hiciese que el residuo fuese no estacionario. Nótese que, desde el punto de vista económico, el estudio de la existencia o no de cointegración entre las variables del análisis permite recoger hasta qué punto el comportamiento de la variable a explicar ha sido capturado por las variables explicativas consideradas en el modelo. Puede ocurrir, por tanto, que alguna haya sido omitida, siendo éste el motivo por el que no se detectan tales relaciones, o simplemente que las variables que caracterizan la estructura demográfica no son las más adecuadas para este fin.

Tercera, otra justificación puede encontrarse en el tipo de variables que intervienen en el modelo, en particular, las que recogen el efecto de la composición por edades de la población (que varían muy lentamente). La variabilidad de los datos referentes a las variables poblacionales es muy reducida en muestras cortas, lo cual implica una gran imprecisión en la estimación.

La obtención de unos resultados tan contraintuitivos motiva la realización de un segundo análisis que requiera un método alternativo de estimación. El enfoque de Johansen resulta adecuado para este propósito.

4.3.2 Enfoque de Johansen

Esta técnica, que el autor desarrolla a lo largo de diferentes artículos [véase Johansen (1988, 1991a, 1991b) y Johansen y Juselius (1990, 1992)], sugiere estimar simultáneamente el espacio de vectores de cointegración, en un contexto multivariante, aplicando el método de máxima verosimilitud. Este enfoque admite la existencia de cointegración múltiple y permite la posibilidad de contrastes de hipótesis relativos a los parámetros del modelo.

– La teoría

En este subapartado se explica el método de Johansen desde un punto de vista puramente teórico, pudiendo ser omitido si el interés del lector estuviese únicamente en los resultados.

Consideremos el vector k -dimensional no estacionario $\mathbf{X}_t$, donde k es el número de variables de interés en el estudio (en este caso, $k = 4$). Esto es, $\mathbf{X}_t' = [U_{j,t}^i \ E_{i,t} \ T_{i,t} \ Y_t]$. Suponemos que $\mathbf{X}_t$ admite una representación VAR con desfase máximo de orden p , de la forma:

$$\mathbf{X}_t = \Pi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \Pi_p \mathbf{X}_{t-p} + \mu + \eta_t,$$

donde μ es un vector de constantes y η_t un proceso estocástico (k -dimensional) independiente que se distribuye como una normal, con media cero y matriz de varianzas y covarianzas - .

Siguiendo el procedimiento de Johansen, efectuamos una reparametrización de este modelo multivariante de series temporales con el objeto de facilitar la estimación y los contrastes de cointegración entre las variables, obteniendo:

$$\Delta \mathbf{X}_t = \Pi \mathbf{X}_{t-1} + \sum_{\iota=1}^{p-1} \Gamma_{\iota} \Delta \mathbf{X}_{t-\iota} + \mu + \eta_t,$$

siendo $\Gamma_{\iota} = -(\Pi_{\iota+1} + \dots + \Pi_p)$ y $\Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_p)$, donde $\iota = 1, 2, \dots, p-1$. Π , de orden $k \times k$, es la *matriz de impacto a largo plazo*, y es precisamente la matriz que proporciona información sobre la existencia de relaciones de cointegración entre las variables que integran el vector $\mathbf{X}_t$. Si Π tiene rango reducido e igual a r ($r < k$), se puede concluir que existen r relaciones de equilibrio a largo plazo. Johansen, basándose en el hecho de que cualquier matriz Π de rango $r < k$ (y de orden $k \times k$) puede descomponerse en el producto de dos matrices $k \times r$ de rango r , escribe Π como $\Pi = \alpha \beta'$ donde β es la matriz que contiene los *vectores de cointegración* y α recoge los *coeficientes de ajuste a corto plazo* de cada una de las variables hacia el equilibrio a largo plazo.

Imponiendo las restricciones implicadas en las relaciones de cointegración, el modelo anterior puede escribirse como:

$$\Delta \mathbf{X}_t = \alpha \beta' \mathbf{X}_{t-1} + \sum_{\iota=1}^{p-1} \Gamma_{\iota} \Delta \mathbf{X}_{t-\iota} + \mu + \eta_t,$$

que resulta ser un *modelo de corrección de error (MCE)* que permite analizar las relaciones dinámicas entre las variables en el corto plazo en relación a las desviaciones de la relación de equilibrio a largo plazo. El esquema adoptado por Johansen está basado en el supuesto de la introducción de suficientes retardos en el *MCE* para obtener un término de error bien comportado (más adelante se determinará el número $p^* = p - 1$ adecuado para cada caso).

Recuérdese que las r combinaciones lineales $\beta' \mathbf{X}_{t-1}$ serán estacionarias y, por tanto, $\mathbf{X}_t$ estará cointegrado con vectores de cointegración β . En otras palabras, existirá una matriz β tal que $\beta' \mathbf{X}_{t-1} = 0$, igualdad que se interpreta como el (los) equilibrio(s) a largo plazo al que convergen las variables del sistema. Periodo a periodo, esto es, a corto plazo pueden existir desviaciones del equilibrio ($\beta' \mathbf{X}_{t-1} \neq 0$, que se denominan residuos de cointegración), pero a largo plazo el comportamiento de las variables se ajustará para conseguir que de nuevo $\beta' \mathbf{X}_{t-1}$ tienda a cero, alcanzando así tal equilibrio. El ajuste de cada una de las variables a estas desviaciones viene dado por los valores de los coeficientes de la matriz α . La primera fila de esta matriz, por ejemplo, recoge los coeficientes de ajuste de la primera variable incluida en el vector $\mathbf{X}_t$ (en este caso, la tasa de desempleo específica de un grupo) ante desviaciones de estas relaciones a largo plazo. Evidentemente, la existencia de cointegración implica que al menos una de las variables tenga que ajustarse ante tales desviaciones.

La estimación máximo verosímil de β y α consiste en una regresión de rango reducido de $\Delta \mathbf{X}_t$ sobre $\mathbf{X}_{t-1}$ una vez eliminado el efecto de $(\Delta \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{X}_{t-p+1}, \mathbf{1})$. El procedimiento es el siguiente. Se efectúa una regresión de $\Delta \mathbf{X}_t$ sobre $(\Delta \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{X}_{t-p+1}, \mathbf{1})$, obteniendo la serie de residuos R_{0t} . Posteriormente, se realiza una segunda regresión, esta vez de $\mathbf{X}_{t-1}$ sobre $(\Delta \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{X}_{t-p+1}, \mathbf{1})$, logrando los residuos R_{1t} . Ambas series son empleadas en la determinación de β . En particular, los estimadores máximo verosímiles de β y α están dados por:

$$\hat{\beta} = (\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_r) \text{ y } \hat{\alpha} = S_{01} \hat{\beta},$$

siendo $(\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_r)$ los r vectores propios asociados a los r valores propios $(\lambda_1, \dots, \lambda_r)$ más grandes que se obtienen como solución a la ecuación característica:

$$|\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}| = 0,$$

donde

$$S_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it} R'_{jt} \quad i, j = 0, 1.$$

La determinación de la posible existencia (y, en su caso, su cuantificación) de relaciones de equilibrio a largo plazo entre las variables contenidas en el vector $\mathbf{X}_t$ se realiza a partir de los *estadísticos de la traza*, Tr , y del *máximo valor propio*, λ_{max} , ambos obtenidos a partir de ratios de verosimilitudes (computados a partir de los

valores propios anteriores),

$$Tr = -T \sum_{i=r+1}^k Ln(1 - \lambda_i)$$

$$\lambda_{max} = -TLn(1 - \lambda_{r+1}),$$

siendo $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$. En el primer caso, Tr , se contrasta la hipótesis nula de existencia de al menos r vectores de cointegración frente a la alternativa general de k vectores. En el segundo, cambia la alternativa: no son k sino $r + 1$ los vectores especificados.

Asimismo, resulta interesante contrastar la posibilidad de que el proceso generador de datos de $\mathbf{X}_t$ contenga una tendencia lineal determinista (μ). Si no la contuviese pero se incluyese esta constante, ésta se escribiría $\mu = \alpha\beta'_0$, aumentando en una unidad la dimensión del espacio de cointegración, e interpretando β_0 como el intercepto de las relaciones de cointegración. La hipótesis a contrastar sería, en ese caso, $H_0 : r$ vectores de cointegración y ausencia de tendencia lineal determinista en el sistema [es decir, $H_0 : \pi = \alpha\beta'$, $rango(\beta) \leq r$ y $\mu = \alpha\beta'_0$].

Hemos efectuado los contrastes suponiendo, primero, que el modelo contiene una tendencia lineal determinista y, posteriormente, que ésta no está presente, calculando en ambos casos los dos estadísticos propuestos. Tr y λ_{max} denotan los valores de éstos en el primer caso y Tr^* y λ_{max}^* los del segundo. Sus distribuciones no son convencionales y, además, son sensibles a la presencia o no de esta tendencia lineal y al número r de vectores de cointegración que se está contrastando. Los valores críticos para sus distribuciones asintóticas han sido tabulados por Johansen y Juselius (1990) y Osterwald-Lenum (1990, 1992). Los resultados aparecen en las Tablas VII y VIII (se han considerado distintos sistemas en función del tramo de edad (j) y sexo (i) de los desempleados).

El método de contraste es el que sigue. Comenzamos contrastando $H_0 : r = 0$ [$H_0^* : r = 0$, respectivamente] (esto es, con y sin tendencia lineal, respectivamente), posteriormente $H_0 : r = 1$ [$H_0^* : r = 1$], y así sucesivamente hasta $H_0 : r = k - 1$ [$H_0^* : r = k - 1$]. El proceso finaliza cuando la H_0 no se rechaza, y se obtiene así el número r de vectores de cointegración. La realización de esta secuencia de contrastes también permite obtener resultados acerca de la presencia o ausencia de una tendencia lineal en el modelo. Si $H_0(r)$ no es rechazada pero $H_0^*(r)$ sí lo es, se puede pensar que la tendencia sí está presente en el sistema [ver Johansen (1991a) y Gardeazabal y Regúlez (1992)]. No obstante, puede efectuarse un “test” formal para

detectar este hecho como complemento al resultado anterior. Siguiendo a Johansen (1991b), empleamos un estadístico definido como $[Tr^*(r) - Tr(r)]$, para contrastar la hipótesis nula de ausencia de tendencia lineal. Asintóticamente este estadístico se distribuye como una $\chi^2_{(k-r)}$.

Como argumento adicional para detectar y cuantificar, en su caso, el número de relaciones a largo plazo entre las variables presentamos las representaciones gráficas correspondientes a $v'_\pi \mathbf{X}_{t-1}$ y $v'_\pi R_{1t}$ ($\pi = 1, 2, 3, 4$), donde v_π y R_{1t} han sido definidas con anterioridad. En el primer caso, $v'_\pi \mathbf{X}_{t-1}$ representa todas las posibles relaciones de cointegración a priori. En el segundo, $v'_\pi R_{1t}$ muestra las mismas relaciones pero corregidas por la dinámica a corto plazo del modelo. En general, la representación de estas últimas suele ser más satisfactoria en términos de estacionariedad que la de las primeras [véase el Apéndice III].

Si únicamente el primer proceso ($v'_1 X_{t-1}$ o $v'_1 R_{1t}$) parece estacionario, pensaremos que r puede ser igual a 1. Si son los dos primeros los que tienen tal aspecto, consideraremos que $r = 2$ y así sucesivamente. De esta forma, $v'_j \mathbf{X}_{t-1} = \hat{\beta}'_j \mathbf{X}_{t-1}$ ($j = 1, \dots, r$) [o $v'_j R_{1t} = \hat{\beta}'_j R_{1t}$ si se corrigen por la dinámica a corto plazo] denotan precisamente las relaciones de equilibrio a largo plazo buscadas.

Antes de realizar los contrastes comprobamos que se satisfacen los supuestos sobre los que el modelo se sustenta. Primero, independencia a lo largo del tiempo del término de error. Para ello se introducen retardos de $\Delta \mathbf{X}_t$. El número de retardos incluidos, $p - 1$, lo hemos determinado utilizando los criterios de información de Akaike (1973) y Schwarz (1978), y el contraste de Ljung Box (1978). La primera fila de las Tablas VII y VIII muestra este número. Y, segundo, normalidad de las perturbaciones, cuyo estudio no resulta esencial porque el método máximo verosímil es robusto a la ausencia de esta propiedad [véase Gonzalo (1994)].

– Los resultados

En este subapartado se presentan y analizan los resultados obtenidos tras aplicar el método de Johansen a los distintos *modelos de corrección de error* que se forman a partir de los diferentes grupos de desempleados.

TABLA VII: CONTRASTE DE COINTEGRACIÓN (HOMBRES)

ENFOQUE DE JOHANSEN

PRESENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	$U_1^h(p^* = 6)$		$U_2^h(p^* = 6)$		$U_3^h(p^* = 6)$	
H_0	Tr	λ_{max}	Tr	λ_{max}	Tr	λ_{max}
$r = 0$	77.56*	35.19*	73.72*	32.86*	71.88*	35.07*
$r \leq 1$	42.37*	21.52*	40.86*	23.71*	36.81*	20.48
$r \leq 2$	20.84*	13.07	17.15*	10.97	16.32*	11.07
$r \leq 3$	7.77*	7.77*	6.17*	6.17*	5.25*	5.25

AUSENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	$U_1^h(p^* = 6)$		$U_2^h(p^* = 6)$		$U_3^h(p^* = 6)$	
H_0^*	Tr^*	λ_{max}^*	Tr^*	λ_{max}^*	Tr^*	λ_{max}^*
$r = 0$	77.84*	29.66*	75.84*	31.76*	72.21*	30.89*
$r \leq 1$	48.18*	22.81*	44.07*	21.24	41.32*	21.04
$r \leq 2$	25.36*	17.18*	22.83*	15.56	20.27*	13.21
$r \leq 3$	8.18	8.18	7.27	7.27	7.06	7.06

CONTRASTE DE COINTEGRACIÓN (HOMBRES)

PRESENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	$\Delta U_1^h(p^* = 6)$		$\Delta U_2^h(p^* = 5)$	
H_0	Tr	λ_{max}	Tr	λ_{max}
$r = 0$	83.95*	47.15*	77.52*	39.82*
$r \leq 1$	36.81*	23.28*	37.70*	24.95*
$r \leq 2$	13.52	9.43	12.75	9.39
$r \leq 3$	4.09	4.09	3.36	3.36

AUSENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	$\Delta U_1^h(p^* = 6)$		$\Delta U_2^h(p^* = 5)$	
H_0^*	Tr^*	λ_{max}^*	Tr^*	λ_{max}^*
$r = 0$	94.69*	47.39*	83.26*	40.00*
$r \leq 1$	47.29*	26.49*	43.26*	25.07*
$r \leq 2$	20.81*	15.49	18.19	12.07
$r \leq 3$	5.31	5.31	6.12	6.12

Nota: En la primera fila se muestran la tasa de desempleo (niveles o primeras diferencias) y el número de retardos, $p^* = p - 1$, incluidos en el correspondiente *modelo de corrección de error*. “*” denota el rechazo de H_0 para un nivel de significación del 5%.

TABLA VIII: CONTRASTE DE COINTEGRACIÓN (MUJERES)

ENFOQUE DE JOHANSEN

PRESENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	U_1^m	$(p^* = 6)$	U_2^m	$(p^* = 3)$	U_3^m	$(p^* = 4)$
H_0	Tr	λ_{max}	Tr	λ_{max}	Tr	λ_{max}
$r = 0$	60.32*	34.83*	43.15	18.12	41.02	17.89
$r \leq 1$	25.49	15.39	25.03	13.71	23.13	12.11
$r \leq 2$	10.10	8.14	11.31	7.87	11.02	8.40
$r \leq 3$	1.96	1.96	3.44	3.44	2.62	2.62

AUSENCIA DE TENDENCIA LINEAL

	U_1^m	$(p^* = 6)$	U_2^m	$(p^* = 3)$	U_3^m	$(p^* = 4)$
H_0^*	Tr^*	λ_{max}^*	Tr^*	λ_{max}^*	Tr^*	λ_{max}^*
$r = 0$	74.90*	38.50*	57.31*	28.29*	52.12	21.71
$r \leq 1$	36.39*	15.69	29.02	14.04	30.40	16.36
$r \leq 2$	20.70*	12.33	14.97	9.72	14.04	9.85
$r \leq 3$	8.37	8.37	5.25	5.25	4.19	4.19

Nota: En la primera fila se muestran la tasa de desempleo (niveles o primeras diferencias) y el número de retardos, $p^* = p - 1$, incluidos en el correspondiente *modelo de corrección de error*. “*” denota el rechazo de H_0 para un nivel de significación del 5%.

– En primer lugar, tratamos de detectar la existencia de posibles relaciones de equilibrio a largo plazo entre los **desempleados más jóvenes** U_1^h , las variables demográficas E_h y T_h y la tasa de crecimiento del PIB, suponiendo que todas las variables son $I(1)$ [ver Tabla VII]. No rechazamos la existencia de cuatro relaciones de cointegración entre ellas, lo que es reflejo de la estacionariedad de las cuatro variables implicadas.¹⁹ Este resultado es poco razonable al diferir, en gran medida, del obtenido en la Sección anterior: U_1^h contiene *al menos* una raíz unitaria. Éste puede ser precisamente el problema: U_1^h se ha introducido en el modelo como una variable estacionaria en primeras diferencias cuando puede no serlo. Este resultado motiva, por tanto, un segundo análisis que considere $U_1^h \sim I(2)$. En tal caso, se tiene que tres de los cuatro estadísticos (Tr , λ_{max} y λ_{max}^*) no rechazan la existencia de dos posibles relaciones de cointegración entre las variables. Una conclusión diferente se deriva del análisis de Tr^* , al rechazar $H_0^* : r \leq 2$. Este rechazo, sin embargo, es “marginal”, dada la similitud entre el valor del estadístico y el valor crítico con el cual debe ser comparado (20.81 frente a 20.17, para un nivel de significación del

¹⁹La excepción aparece al analizar λ_{max} para $H_0 : r \leq 2$. Sin embargo, este valor no difiere en gran medida del valor crítico tabulado con el que debe ser comparado para efectuar el contraste. Lo mismo sucede en el análisis de $H_0^* : r \leq 3$ en un modelo sin tendencia lineal.

5%). En suma, los análisis posteriores los realizaremos considerando la existencia de dos relaciones a largo plazo en un modelo sin tendencia lineal.²⁰ Es el modelo sin tendencia el que proporciona unos representaciones gráficas más satisfactorias en términos de estacionariedad [véase Apéndice III].

– Cuando son los **hombres parados de edad intermedia**, U_2^h , los incluidos en $\mathbf{X}_t$, el resultado parece ser análogo al de sus homólogos más jóvenes. Suponiendo que U_2^h es $I(1)$ y analizando los estadísticos de la traza, se encuentran cuatro relaciones de cointegración. No sucede lo mismo con los valores derivados a partir de los estadísticos del máximo valor propio. No obstante, éstos son muy similares a los valores críticos con los que deben compararse. Se puede pensar, por tanto, que efectivamente $r = 4$, lo que implica que U_2^h , E_h , T_h y Y son estacionarias, difiriendo, de nuevo, de los resultados de la Sección anterior. Por este motivo, y al igual que con los desempleados más jóvenes (U_1^h), en una segunda etapa, consideramos que la serie U_2^h es $I(2)$. En este caso, *no rechazamos la existencia de dos relaciones de cointegración entre las variables en un modelo que no contiene una tendencia lineal* [$Tr^* - Tr < \chi_{(k-r)}^2$]. Los gráficos relevantes son, por tanto, $v_1'X_{t-1}$ y $v_2'X_{t-1}$ (o $v_1'R_{1t}$ y $v_2'R_{1t}$).

– Para finalizar con los desempleados de sexo masculino, realizamos el análisis incluyendo a los **parados que han superado los 44 años**, U_3^h . Existe ambigüedad al elegir el número de vectores de cointegración dado que ambos procedimientos de contraste no proporcionan el mismo resultado. Así, con Tr no se rechaza la presencia de cuatro relaciones de cointegración en un modelo con tendencia lineal. Con λ_{max} y λ_{max}^* , por el contrario, y en ausencia de tendencia lineal, únicamente *una* es encontrada [$Tr^* - Tr = 41.32 - 36.81 < \chi_{(3)}^2$]. La decisión final ha sido basada en los estadísticos del máximo valor propio. La representación gráfica de los residuos de cointegración puede resultar ilustrativa en este caso: se aprecia un comportamiento estacionario en aquéllos derivados de un modelo sin tendencia, no sucediendo lo mismo si ésta no está presente. *En consecuencia, consideraremos la existencia de una única relación a largo plazo en un modelo sin tendencia lineal.*

²⁰En relación a esta última, son varios los métodos que se pueden emplear para detectar su presencia o ausencia. Por una parte, el análisis de $H_0 : r \leq 2$ y $H_0^* : r \leq 2$. Ninguna de las dos hipótesis es rechazada, lo cual no es indicativo de la presencia de una tendencia lineal. Por otra parte, $Tr^* - Tr = 7.29 > \chi_{(2)}^2$, rechazándose la hipótesis nula de ausencia de tendencia lineal. Dado que ambos resultados son contradictorios, la decisión final la hemos basado en el análisis gráfico de los residuos.

– El mismo resultado se obtiene para las **jóvenes paradas** [ver Tabla VIII]: *no se rechaza la presencia de una única relación de equilibrio a largo plazo entre las variables de $\mathbf{X}_t$ (U_1^m , E_m , T_m y Y).*²¹ Existe, sin embargo, un cierto grado de ambigüedad sobre si el análisis debe realizarse en un modelo con o sin tendencia lineal. Una inspección visual de los residuos de cointegración apoya este último resultado [ver Apéndice III]. Los gráficos en un modelo con este componente determinista ($v'_\pi \mathbf{X}_{t-1}$, $\pi = 1, 2, 3, 4$) no parecen ser estacionarios. Las representaciones mejoran notablemente (en términos de estacionariedad) si la tendencia no está presente. Los contrastes, que sobre β y α realizamos a continuación, los hemos efectuado en ambos casos, obteniendo unos resultados robustos a ambas especificaciones.

– Cuando el modelo incluye U_2^m , por el contrario, se puede concluir que *no existe ninguna relación de equilibrio o relación a largo plazo entre las mujeres desempleadas de edad intermedia y el resto de las series de $\mathbf{X}_t$* . Los valores de los estadísticos para el contraste de $H_0 : r = 0$ en un modelo sin tendencia permiten rechazar dicha hipótesis. Sin embargo, éstos son muy próximos a los valores críticos tabulados. Esto es, un nivel de significación ligeramente inferior al 5% haría que ésta no se rechazase.

– Para finalizar el ejercicio, consideramos el modelo que incluye la **tasa de desempleo de las mujeres de mayor edad** U_3^m . El resultado es similar al obtenido para las mujeres del tramo de edad inferior: *no se encuentra una relación a largo plazo entre U_3^m , E_m , T_m y Y* .

En la Tabla IX se presentan, a modo de resumen, los resultados obtenidos en los contrastes anteriores:

²¹ Tr^* no proporciona el mismo resultado: se rechaza $H_0 : r = 1$ y $H_0 : r = 2$. No obstante, los valores de los estadísticos son semejantes a los valores críticos con los que deben compararse. Por eso, la decisión final la hemos basado en λ_{max} , λ_{max}^* y Tr .

TABLA IX: RELACIONES DE COINTEGRACIÓN

	<i>edad</i>	<i>Engle y Granger</i> ²²	<i>Johansen</i>
<i>hombres</i>	16 – 29*	<i>sí</i>	$r = 2$
	30 – 44*	<i>no</i>	$r = 2$
	≥ 45	<i>no</i>	$r = 1$
<i>mujeres</i>	16 – 29	<i>no</i>	$r = 1$
	30 – 44	<i>no</i>	$r = 0$
	≥ 45	<i>no</i>	$r = 0$

Nota: r es el número de vectores de cointegración. (*) denota un modelo que incluye la tasa de desempleo en primeras diferencias (recuérdese que si esta tasa se presenta en niveles el método de Johansen no rechaza $r = 4$, resultado éste poco razonable).

Nótese la disparidad en los resultados. El empleo de la metodología de Engle y Granger (1987) arroja resultados no esperados. Con independencia del sexo y la edad de los desempleados, no se encuentra relación alguna entre las tasas de desempleo y las variables que recogen la evolución de la pirámide poblacional (salvo cuando se incluyen las primeras diferencias de U_1^h).

Siguiendo el enfoque de Johansen, las conclusiones se ven modificadas en algunos casos. Los datos no detectan una relación de equilibrio a largo plazo entre las variables poblacionales y las tasas de paro de las mujeres de edad intermedia (de 30 a 44 años) y de mayor edad (mayores de 44). El diferente comportamiento, en relación a los otros grupos de desempleados, para estos dos colectivos de mujeres no debería resultar del todo sorprendente. Recuérdese que la trayectoria seguida por estas series difiere de la presentada por el resto de las tasas de desempleo específicas y por la propia tasa de paro agregada [ver Apéndice I]. Los resultados para los restantes modelos de corrección de error, sin embargo, son justamente los contrarios.

A modo de resumen, existe, al menos una relación de cointegración entre las variables. Éste es el caso de los hombres, con independencia de su edad, y de las

²²Por cuestiones de coherencia, efectuamos nuevas regresiones empleando la metodología de Engle y Granger, donde la novedad aparece en las variables dependientes a utilizar. Éstas serán las primeras diferencias de la tasa de desempleo y no sus niveles. En particular, analizamos dos casos: el que incluye ΔU_1^h y el que incluye ΔU_2^h . Los resultados, en cuanto a la existencia de relaciones de equilibrio, son similares a los obtenidos con el método de Johansen en el primer caso (estadístico $DFA_{res} = -4.866$) pero difieren en el segundo (estadístico $DFA_{res} = -3.926$). Esto es, al emplear el enfoque de Engle y Granger para ΔU_1^h y ΔU_2^h únicamente se detecta una relación a largo plazo entre las variables demográficas, la tasa de crecimiento del PIB y las primeras diferencias de las tasas de desempleo de los hombres más jóvenes (entre 16 y 29 años), rechazando ésta si se analiza a los del tramo de edad superior (de 30 a 44).

mujeres más jóvenes. Para estos grupos, la tasa de desempleo, la edad relativa media de la población, su tamaño relativo medio y la tasa de crecimiento del PIB evolucionan conjuntamente manteniendo al menos una relación de equilibrio a largo plazo entre ellas. Existe, por tanto, una evolución tendencial común entre estas variables, mostrando así que el envejecimiento demográfico sí puede tener efectos significativos sobre algunas tasas de desempleo específicas españolas.

Resultados similares obtienen Zimmermann (1992) y Schmidt (1993). Ninguno de ellos encuentra una clara relación a largo plazo entre la distribución de edades de la población alemana y las tasas de desempleo específicas por edad y sexo. Schmidt (1993), que representa la estructura demográfica a través de los tamaños de las cohortes (la del propio grupo y la inmediatamente anterior y posterior), únicamente puede justificar la existencia de relaciones a largo plazo entre las variables en cinco de los catorce casos que analiza [correspondiendo éstos a los tramos de edad 15-19, 20-24, 25-34 y 35-44 para las mujeres y 55-59 para los hombres]. Algo similar le sucede a Zimmermann (1992), quien utilizando el mismo tipo de desagregación para la población (por sexo y para siete tramos de edad, lo que hace un total de 14 grupos) sólo detecta tal relación a largo plazo en ocho de los casos [15-19, 20-24, 25-34, 55-59 y 60-64 para las mujeres, y 20-24, 25-34 y 55-59 para los hombres]. Este autor, para capturar el efecto demográfico, emplea las mismas variables que han sido utilizadas en este artículo. La coincidencia en sus conclusiones sólo se produce, por tanto, en cuatro de los colectivos analizados.

El análisis empírico de Ahn et al. (2000) tampoco arroja resultados concluyentes cuando emplean una especificación similar a la aquí presentada [el tamaño de la cohorte recoge el efecto demográfico y la tasa de crecimiento del *PIB* actúa de variable de control del ciclo económico]. Concluyen que el efecto del tamaño de la población juvenil sobre la tasa de desempleo juvenil difiere en función del grupo poblacional considerado (de 16 a 19, de 20 a 24 ó de 25 a 29 años) y de las variables demográficas incluidas en la especificación (tamaño de la propia cohorte y/o de la cohorte precedente). En algunos casos encuentran que esta incidencia es positiva y en otros que no es estadísticamente significativa.

4.3.3 Contrastes relativos a los vectores de cointegración

Para aquellos colectivos en los que no hemos rechazado la existencia de, al menos, una relación de equilibrio, analizaremos algunas características de los vectores de cointegración, β_j ($j = 1, \dots, r$), y de la matriz de ponderaciones, α .

Contrariamente a lo que sucede con el enfoque de Engle y Granger, donde los

procedimientos de inferencia habituales quedan invalidados al aparecer variables no estacionarias en los modelos, con la metodología de Johansen se pueden realizar algunos contrastes de hipótesis relativos tanto a β como a α [véase Johansen y Juselius (1990, 1992) y Johansen (1991b)].

En relación a la estructura del vector de cointegración, efectuamos dos análisis.²³ El primero se puede considerar un contraste de estacionariedad en un contexto multivariante. Comprobamos si el vector de cointegración está compuesto por una única variable, en cuyo caso se dice que tal variable es estacionaria. Con el segundo análisis, determinamos si cada uno de los componentes del vector $\mathbf{X}_t$ forma parte o no del vector de cointegración. En caso afirmativo, dicha variable intervendrá en la relación a largo plazo. Para finalizar, y respecto al comportamiento de la matriz de ponderaciones α , contrastamos si cada una de sus filas (asociada a cada una de los componentes de $\mathbf{X}_t$) es cero, esto es, analizamos la exogeneidad débil de las variables. Así, dispondremos de información adicional sobre la dinámica a corto plazo de las series.

Contrastes de ratios de verosimilitudes pueden efectuarse para lograr los tres objetivos. En todos ellos hay que comparar las estimaciones restringidas a la hipótesis nula con las no restringidas, teniendo como denominador común el tipo de distribución asintótica del estadístico resultante. Ésta es una χ^2 , aunque los grados de libertad diferirán para cada “test”.

En primer lugar, analizamos la estacionariedad de las series (U_j^i , E_i , T_i y Y), en un contexto multivariante. Siguiendo a Johansen y Juselius (1992), empleamos un estadístico basado en una razón de verosimilitudes con distribución asintótica $\chi^2_{(k-r)r_1}$ obteniendo, como era de esperar, la no estacionariedad en todas ellas. En particular, para cada componente del vector $\mathbf{X}_t$, rechazamos la hipótesis nula de que los vectores de cointegración están compuestos por esa única variable [esto es, contrastamos si cada vector de cointegración es tal que $\beta_j^k = 1$ y los restantes β_j^ℓ son cero, donde $k \neq \ell$ con $k = U, E, T, Y$, para $j = 1, 2, \dots, r$]. Rechazamos, por tanto, la presencia de vectores de cointegración triviales. [Véase Apéndice II para un análisis más detallado].²⁴

En segundo lugar, tratamos de comprobar si todas las series (U_j^i , E_i , T_i y Y) forman parte de los vectores de cointegración o si, por el contrario, alguna de ellas

²³La hipótesis alternativa es común a ambos análisis, $H_a(r) : \Pi = \alpha\beta'$ (esto es, existencia de r relaciones de cointegración), aunque evidentemente la hipótesis nula diferirá en función de la restricción que queramos aplicar sobre β .

²⁴ r_1 denota cuántas de las r relaciones de cointegración suponemos conocidas. En este caso, $r_1 = 1$, la correspondiente al vector de cointegración trivial.

queda excluida de tales vectores. En el primer caso, todas las series desempeñarían el mismo papel en las relaciones de equilibrio. En el último, el comportamiento a largo plazo del sistema no dependería de las variables excluidas. Evidentemente, la tasa de desempleo (U_j^i) y las variables demográficas (E_i y T_i) no deben ser excluidas si lo que se pretende es encontrar relaciones de equilibrio entre ellas.

Téngase en cuenta que si bien alguna de estas series puede no afectar al comportamiento a largo plazo del sistema, sin embargo, su dinámica a corto plazo sí podría estar afectada por las desviaciones de este equilibrio a largo plazo.

Johansen y Juselius (1990, 1992) proponen un “test” con este propósito. Para contrastar la hipótesis nula de exclusión de la variable k de cada vector de cointegración [$H_0 : \beta_j^k = 0$ siendo $k = U, E, T, Y$ para $j = 1, 2, \dots, r$], sugieren un estadístico de razón de verosimilitudes que se distribuye asintóticamente como una $\chi^2_{(k-s)r}$ (donde $k - s$ denota el número de restricciones lineales impuestas sobre los r vectores de cointegración, en este caso, $k - s = 1$). Los resultados, para todas las variables que integran el vector $\mathbf{X}_t$, se presentan en la Tabla X.

TABLA X: CONTRASTES DE EXCLUSIÓN

	<i>edad</i>	D_j^h	E_i	T_i	Y
<i>hombres</i>	16 – 29	30.76*	20.35*	2.68	29.86*
	30 – 44	13.97*	20.63*	10.27*	17.96*
	≥ 45	0.009	9.80*	0.12	9.40*
<i>mujeres</i>	16 – 29	1.03	13.39*	0.11	19.41*

Nota: D_j^h denota U_j^h si la tasa de desempleo es $I(1)$ o ΔU_1^h si ésta es $I(2)$. (*) muestra el rechazo de H_0 de exclusión de la variable para un nivel de significación del 5%.

Nótese que en tres de los cuatro modelos analizados, no se rechaza la hipótesis de exclusión de la variable T_i ($i = h, m$). El tamaño relativo medio de la población no parece incidir, por tanto, en el comportamiento a largo plazo del sistema. Aún así, el efecto de las alteraciones en la estructura demográfica queda recogido por la edad relativa media de la población, E_i .

En el cuarto modelo, el que incluye ΔU_2^h , la incidencia de los cambios poblacionales se manifiesta, sin embargo, mediante ambas variables demográficas, E_h y T_h . En este caso, rechazamos la exclusión de todas las variables de los vectores de cointegración. Todas ellas afectan, por tanto, al comportamiento a largo plazo del sistema.

Existen dos modelos, el que incluye a los desempleados de mayor edad (U_3^h) y el que considera a las desempleadas más jóvenes (U_1^m), en los que deben excluirse no

sólo T_i sino también las tasas de desempleo asociadas. Esto supone que los vectores de cointegración están formados únicamente por la tasa de crecimiento del *PIB* y por la edad relativa media de la población (es decir, Y y E_i). Una relación a largo plazo entre estas variables también puede tener una justificación razonable desde un punto de vista económico, en la medida en que el envejecimiento de la población realmente sí puede afectar al *PIB*.

A modo de resumen, basándonos en los resultados obtenidos hasta el momento, no podemos justificar, en general, la existencia de una relación de equilibrio a largo plazo entre las variables demográficas, la variable que caracteriza la situación económica y las tasas de desempleo desagregadas por sexo y tramos de edad. La excepción surge al analizar los hombres más jóvenes y los de edad intermedia. En estos colectivos sí se encuentra una evolución conjunta a largo plazo entre sus tasas de desempleo y las variables poblacionales.

4.3.4 Contraste relativos a la matriz de ponderaciones, α

Como hemos apuntado anteriormente, una relación de cointegración se puede interpretar como una relación de equilibrio de la cual las variables se pueden desviar de forma temporal. Los coeficientes de la matriz α representan, precisamente, la velocidad de respuesta de estas variables en el corto plazo ante desviaciones transitorias de las relaciones a largo plazo. En este sentido, puede resultar interesante analizar si todas las variables del sistema reaccionan ante tales desviaciones o si, por el contrario, este ajuste se produce únicamente por parte de algunas de ellas. Téngase en cuenta que al menos una debe estar afectada en el corto plazo por las relaciones de cointegración o, en caso contrario, la cointegración no existirá. Un “test” de exogeneidad débil dará respuesta a esta cuestión.

Se debe tener presente, sin embargo, que el estudio de los ajustes a corto plazo de las variables ante desviaciones de las relaciones de equilibrio a largo plazo puede resultar adecuado en otros contextos, pero no ser completamente apropiado en éste. La justificación se encuentra en algunas de las variables implicadas en el modelo y, en particular, en las que caracterizan la estructura demográfica española. Todo cambio en la composición por edades de la población requiere un lento proceso de ajuste, no resultando razonable, por tanto, la consideración de cambios instantáneos en estas series. En consecuencia, efectuamos los contrastes, esperando que sean las restantes variables las que experimenten dichas alteraciones en el corto plazo (en este caso, la única restante, la tasa de crecimiento del *PIB*).

El procedimiento de análisis es el siguiente. Un valor de α_{kj} igual a cero, siendo

$k = U, E, T, Y$ y $j = 1, \dots, r$, se interpreta como la ausencia de ajuste de la variable k ante desviaciones temporales de las relaciones de equilibrio j . En otras palabras, k sería una variable débilmente exógena si $\alpha_{kj} = 0$. Así, las hipótesis de contraste se pueden plantear como

$$H_0 : \alpha_{kj} = 0$$

$$H_a : \alpha_{kj} \neq 0.$$

Johansen y Juselius (1990, 1992) proponen un estadístico basado en una razón de verosimilitudes, con distribución asintótica $\chi^2_{(k-m)r}$, para efectuar el “test” [$k - m$ denota el número de variables para las que, de forma simultánea, se contrasta su exogeneidad débil (en este caso, $k - m = 1$)]. En la Tabla XI se presentan estos valores.

TABLA XI: CONTRASTE DE EXOGENEIDAD DÉBIL

	<i>edad</i>	D_j^h	E_i	T_i	Y
<i>hombres</i>	16 – 29	15.46*	6.30*	11.98*	8.26*
	30 – 44	7.36*	7.01*	15.26*	7.33*
	≥ 45	1.20	0.39	9.30*	1.12
<i>mujeres</i>	16 – 29	14.84*	1.16	4.29*	0.02

Nota: D_j^h denota U_j^h si la tasa de desempleo es $I(1)$ o ΔU_1^h si ésta es $I(2)$. (*) muestra el rechazo de $H_0 : \alpha_{kj} = 0$ para un nivel de significación del 5%.

No se encuentran resultados homogéneos para todos los grupos analizados. Los sistemas que recogen el comportamiento de los desempleados más jóvenes (de 16 a 29 años) y de edad intermedia (de 30 a 44) rechazan la exogeneidad débil de todas las variables. Esto es, tasas de desempleo, variables poblacionales y tasa de crecimiento del *PIB* se ajustan a corto plazo para conseguir alcanzar la relación de equilibrio a largo plazo entre ellas.

Cuando $\mathbf{X}_t$ incluye a los desempleados de mayor edad, sin embargo, únicamente es el tamaño relativo medio de la población el que se ajusta para alcanzar dicha relación. La variable T_i , por tanto, no afecta al comportamiento a largo plazo del sistema [ver Tabla X], pero sí influye en su trayectoria a corto plazo.

El análisis de exogeneidad débil en el modelo que incluye a las mujeres desempleadas, de edades comprendidas entre los 16 y los 29 años reporta distintos resultados. No se rechaza la hipótesis de $\alpha_{kj} = 0$ para la edad relativa media de la población y para la tasa de crecimiento del *PIB*. Dichas variables, por tanto, no están afectadas por las relaciones de cointegración en su evolución a corto plazo.

Su tasa de desempleo y el tamaño relativo medio de la población femenina serán las variables que se ajustarán para alcanzar tal relación, en la que intervendrán precisamente las otras dos variables (E_m e Y).

Estos resultados no confirman, sin embargo, las hipótesis de partida de exogeneidad débil de las variables demográficas. El reducido contenido informativo de la muestra puede ser, de nuevo, el motivo del tal resultado.

4.3.5 Interpretación de los resultados

Conocidas las características de los vectores de cointegración y de la matriz de ponderaciones, analizamos las relaciones estructurales que pueden inferirse de sus estimaciones. Recuérdese que $\beta' \mathbf{X}_t = 0$ recoge, precisamente, la relación de equilibrio entre las variables de $\mathbf{X}_t$, siendo los componentes de α los que presentan el ajuste de cada una de esas variables hacia el equilibrio. El Apéndice IV muestra las estimaciones para β y α .

En principio puede no parecer complicada la interpretación de las estimaciones de β para determinar las relaciones a largo plazo entre las series. Sin embargo, ésta presenta ciertas limitaciones. Una primera cuestión surge al no ser única la relación encontrada, en cuyo caso, no resulta inmediato decidir cuál de ellas debe ser interpretada. Asimismo, aun cuando el vector de cointegración fuese único, tampoco dispondría de suficiente información para identificar las relaciones de equilibrio a largo plazo entre las variables. La justificación es sencilla. En el modelo de corrección de error estimado aparece involucrada la matrix $\Pi = \alpha\beta'$, que incorpora el ajuste a corto plazo de las variables. Esta matriz es identificable, no sucediendo lo mismo con las matrices β y α . No se pueden interpretar, por tanto, los vectores de cointegración directamente como equilibrios a largo plazo, dado que se estarían ignorando las relaciones dinámicas entre las variables del sistema a corto plazo.

En este sentido, al no ser posible su identificación, los coeficientes estimados para β no proporcionan información completa sobre las relaciones a largo plazo entre las series. A modo de ejemplo, escribiendo $\beta' \mathbf{X}_t = 0$ como²⁵

$$\beta_j^U U_{jt}^i + \beta_j^E E_{it} + \beta_j^T T_{it} + \beta_j^Y Y_t + \beta_{0,j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r,$$

y normalizando las relaciones de cointegración para la tasa de desempleo específica de un grupo, variable de interés en nuestro caso, se obtienen las ecuaciones:

$$U_{jt}^i = -\frac{\beta_j^E}{\beta_j^U} E_{it} - \frac{\beta_j^T}{\beta_j^U} T_{it} - \frac{\beta_j^Y}{\beta_j^U} Y_t - \frac{\beta_{0,j}}{\beta_j^U}. \quad (10)$$

²⁵Consideramos que el *MCE* no incluye un vector de interceptos, por lo que la dimensión de β aumenta en una unidad.

Incurriríamos en un error si considerase que cambios unitarios en la edad E_{it} provocarían variaciones del $(-\frac{\beta_j^E}{\beta_j^U} \times 100)\%$ en la tasa de desempleo del grupo ij , al ignorar el efecto del resto de las relaciones entre las variables que integran el sistema. Alteraciones en una determinada variable (E_{it} , por ejemplo) pueden afectar no sólo directa sino también indirectamente (a través de cambios en otras series ocasionados por la alteración original) en la tasa de paro específica (U_{jt}^i). En este sentido, la incidencia a largo plazo de los cambios en E_{it} sobre U_{jt}^i puede diferir sustancialmente de la cuantía $(-\frac{\beta_j^E}{\beta_j^U} \times 100)\%$ presentada.

Sin embargo, aunque las relaciones de cointegración no son identificables, sí es posible determinar su existencia. Así, podemos seguir confirmando la presencia de relaciones entre las actuales tendencias demográficas y las tasas de desempleo de los hombres más jóvenes y de edad intermedia. Aún más, aunque la interpretación de la relación vía cuantía de los coeficientes de la ecuación normalizada no resulta satisfactoria, podemos tratar de inferir, al menos, si ésta es positiva o negativa mediante el análisis de sus signos. Así, para la tasa de desempleo de los hombres más jóvenes (10) puede escribirse como

$$\Delta U_{1t}^h = -\frac{95.90}{576.31} + \frac{53.16}{576.31} E_{ht} - \frac{2.96}{576.31} Y_t$$

$$\Delta U_{1t}^h = \frac{101.67}{58.62} - \frac{52.75}{58.62} E_{ht} + \frac{0.32}{58.62} Y_t,$$

donde el tamaño relativo medio de la población, T_{ht} , ha sido eliminado, tal y como indica el contraste de exclusión de esta variable [ver Tabla X]. Los valores que adopta (10) para los desempleados de edad intermedia son, sin embargo:

$$\Delta U_{2t}^h = \frac{51.57}{259.27} E_{ht} + \frac{9.93}{259.27} T_{ht} - \frac{1.04}{259.27} Y_t - \frac{106.15}{259.27}$$

$$\Delta U_{2t}^h = \frac{36.90}{731.47} E_{ht} - \frac{24.80}{731.47} T_{ht} - \frac{1.52}{731.47} Y_t - \frac{47.90}{731.47}.$$

Las ecuaciones referidas a los parados más jóvenes (de 16 a 29 años) no arrojan información clara sobre el efecto que la estructura demográfica puede ejercer en la tasa de desempleo. El signo asociado a la variable poblacional E_{ht} se muestra positivo en un caso y negativo en otro.

No mucho más satisfactorio resulta el análisis para los varones de edad superior (de 30 a 44 años). La indeterminación se sigue manifestando en una de las variables

demográficas, T_{ht} , aunque no en la otra, E_{ht} . Hay una relación positiva entre la edad y el cambio en la tasa de desempleo, mientras que la relación entre la evolución del *PIB* y dicha tasa, como era de esperar, es negativa.

No podemos confirmar, por tanto, las hipótesis de partida sobre la existencia de una relación negativa entre el tamaño de la población adulta en relación a la población joven y las tasas de desempleo desagregadas por sexo y tramo de edad.

Los resultados muestran, sin embargo, que aumentos (reducciones) en la edad media de los adultos (jóvenes) en relación a los jóvenes (adultos) elevan la tasa de desempleo de los hombres de edad intermedia. Una conclusión similar ofrece Zimmermann (1992).

Algunos autores sugieren obtener información adicional sobre estas relaciones entre las variables mediante un análisis de las funciones impulso-respuesta. Esta metodología puede resultar adecuada en otros contextos pero no en éste. Recuérdese que el propósito de este artículo consiste en analizar la incidencia poblacional en las tasas de desempleo desagregadas por sexo y tramos de edad. Poco o nada razonable puede resultar, por tanto, un análisis que considere “shocks” en la estructura demográfica. Los cambios en la pirámide poblacional española, como en la mayoría de los países, se producen muy lentamente.

5 Conclusiones

En este artículo hemos analizado el efecto a largo plazo de los cambios en la estructura por edades de la población sobre las tasas de desempleo, desagregadas por sexo y tramos de edad, en España durante el periodo 1976 : 3 – 1998 : 4. La estructura por edades ha sido aproximada por la edad media y el tamaño medio de la población adulta en relación a la población joven. Las tasas de desempleo han sido definidas considerando tres tramos de edad: el intervalo comprendido entre los 16 y los 29 años, el que incluye a los mayores de 29 y a los menores de 45 y, por último, el que recoge a los que ya han alcanzado esta edad.

Cuatro son los principales resultados. *Primero*, las estimaciones obtenidas en el análisis empírico no proporcionan un esquema claro sobre la relación entre la evolución de la estructura por edades de la población y las tasas de desempleo específicas por sexo y edad. *Segunda*, en una primera aproximación, se detecta la existencia de, al menos, una relación de equilibrio a largo plazo entre las tasas de paro, la edad relativa media de la población, su tamaño relativo medio y la tasa de crecimiento del *PIB*, en todos los modelos de corrección de error excepto en

aquéllos que incluyen a las mujeres desempleadas de edad intermedia y de mayor edad. *Tercero*, un análisis más exhaustivo del grado de significación de las variables que intervienen en tales relaciones de equilibrio sugiere que las tasas de paro de los hombres de mayor edad y de las mujeres más jóvenes pueden ser excluidas de sus modelos de corrección de error correspondientes. Lo mismo sucede con el tamaño relativo medio de la población en todos los casos salvo en aquél que analiza a los desempleados de edad intermedia. Como resultado de los contrastes, por tanto, sólo puede justificarse la existencia de relaciones a largo plazo entre las variables demográficas y las tasas de paro de los varones más jóvenes y de edad intermedia. No puede argumentarse, sin embargo, una evolución conjunta entre las variables poblacionales y las tasas de desempleo asociadas a las mujeres más jóvenes y a los hombres de mayor edad. *Cuarto*, es precisamente la dinámica a corto plazo de las tasas de paro de los más jóvenes y de los de edad intermedia, además de las referidas a las mujeres de menor edad, la que se ve afectada por las desviaciones transitorias de estas relaciones a largo plazo.

Los trabajos de Zimmermann (1992) y Schmidt (1993), para la población alemana, tampoco son mucho más concluyentes. Sus estimaciones muestran que únicamente para unos pocos grupos (en función del sexo y la edad de los desempleados) existe una relación a largo plazo entre las variables poblacionales y las tasas de desempleo específicas. Algo similar sucede en Ahn et al. (2000) al estudiar la incidencia de la población juvenil española sobre las tasas de desempleo de los jóvenes.

No se puede confirmar, por tanto, que los cambios en la estructura por edades de la población española desempeñan un papel importante en las tasas de desempleo correspondientes a *todos* los grupos de edad. Únicamente los hombres desempleados más jóvenes y de edad intermedia se ven afectados por tales alteraciones.

El efecto que las variables poblacionales ejercen sobre el número de parados puede estar influido, en cierta medida, por el comportamiento de la tasa de actividad: su incidencia sobre los grupos de desempleados con reducidas tasas de actividad no es, en general, muy relevante. La escasa magnitud de los cambios en su población activa ante alteraciones en las tendencias demográficas justifican esta afirmación. Este razonamiento puede ser válido para argumentar la ausencia de respuesta de las tasas de desempleo de las mujeres con edades superiores a los 30 años y las de los hombres que han superado los 44. (Las tasas de actividad son del 28.5% y 19.3% para las mujeres de 30 a 44 años y para las mayores de 44, respectivamente, en 1976:3. En el último periodo muestral, 1998:4, éstas ascienden a 63.1% y 18.85%.

En idénticos periodos, pero para los hombres de mayor edad, adoptan unos valores de 67.5 y 44.9. Todas ellas, sin embargo, resultan reducidas si se comparan con las asociadas a los varones de edad intermedia: 97.5% y 95.2%, respectivamente).

Todos los resultados, no obstante, deben interpretarse con cautela. El reducido número de observaciones y, por tanto, el escaso contenido informativo de la muestra, limita en cierta medida la interpretación de las estimaciones.

Son varias las posibilidades de investigación futuras. Una extensión del modelo, que permita que los ajustes salariales y los diferentes niveles educativos desempeñen un mayor papel que el aquí concedido, constituye una línea de investigación futura. Así, intentaremos proporcionar alguna evidencia sobre la incidencia no sólo del cambio en la composición por edades de la población española, sino también del efecto que los mayores niveles educativos ejercen en la situación laboral de los diferentes grupos.

Apéndice I: Gráficos de las Series

Figura 1: Hombres

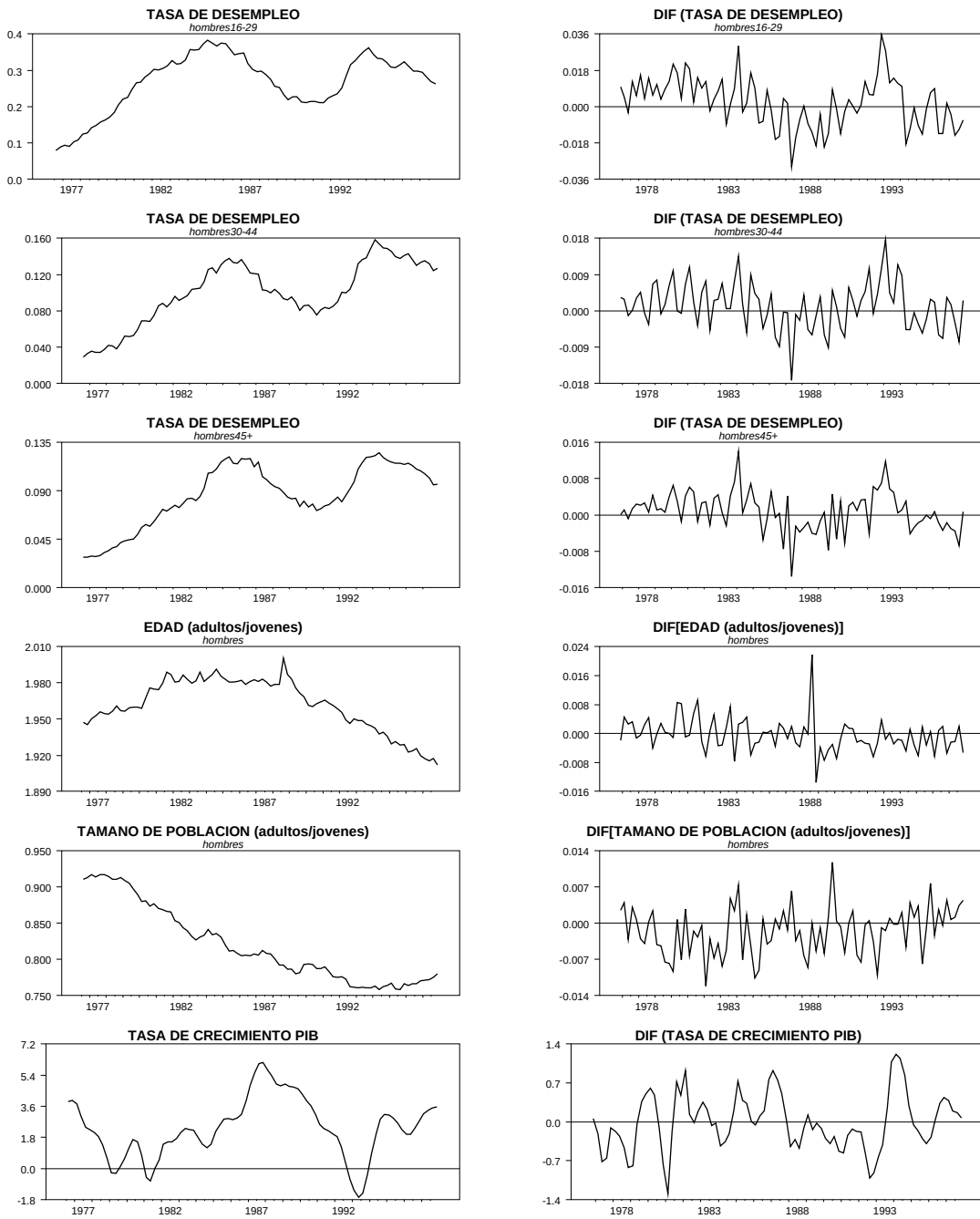


Figura 2: Mujeres

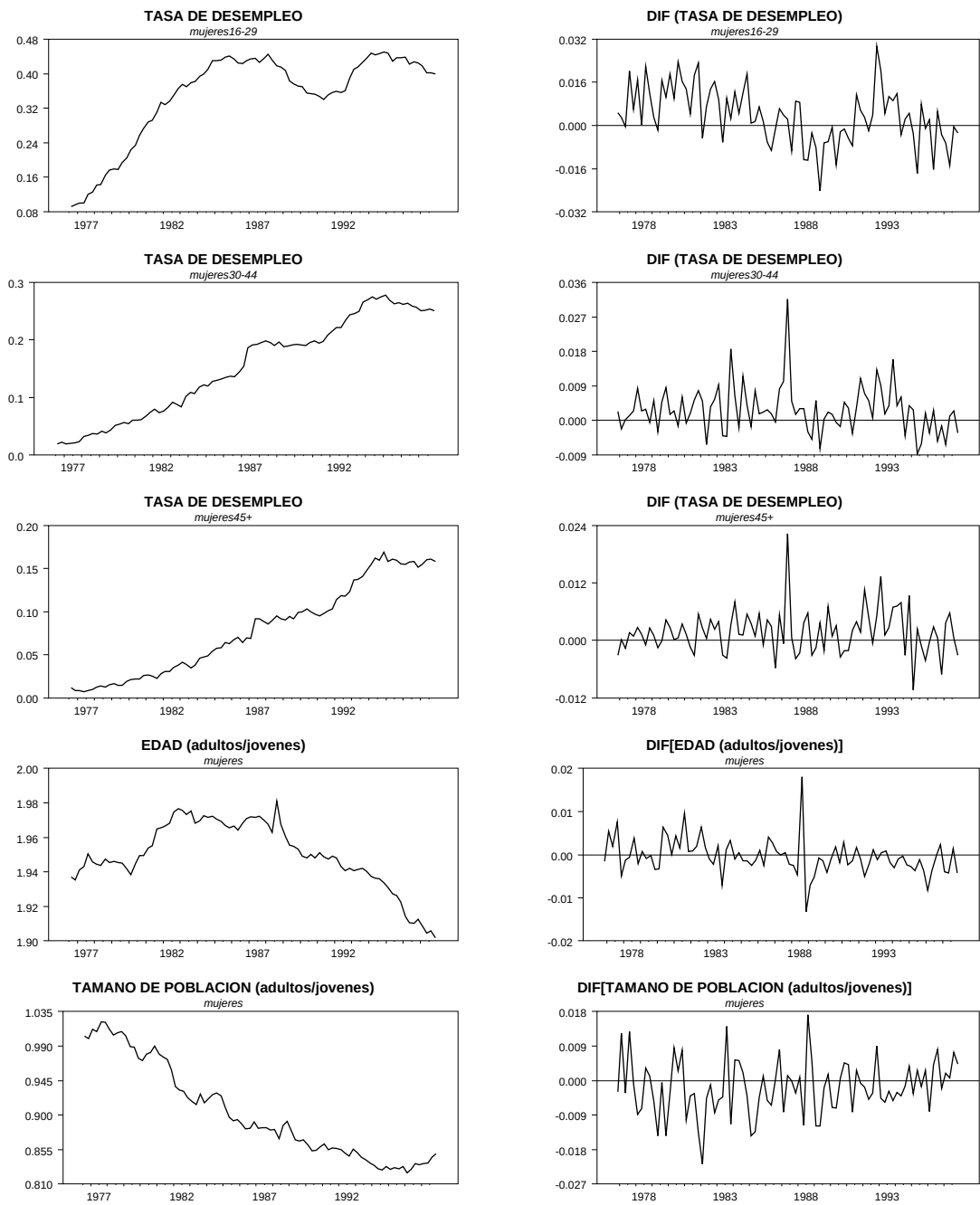
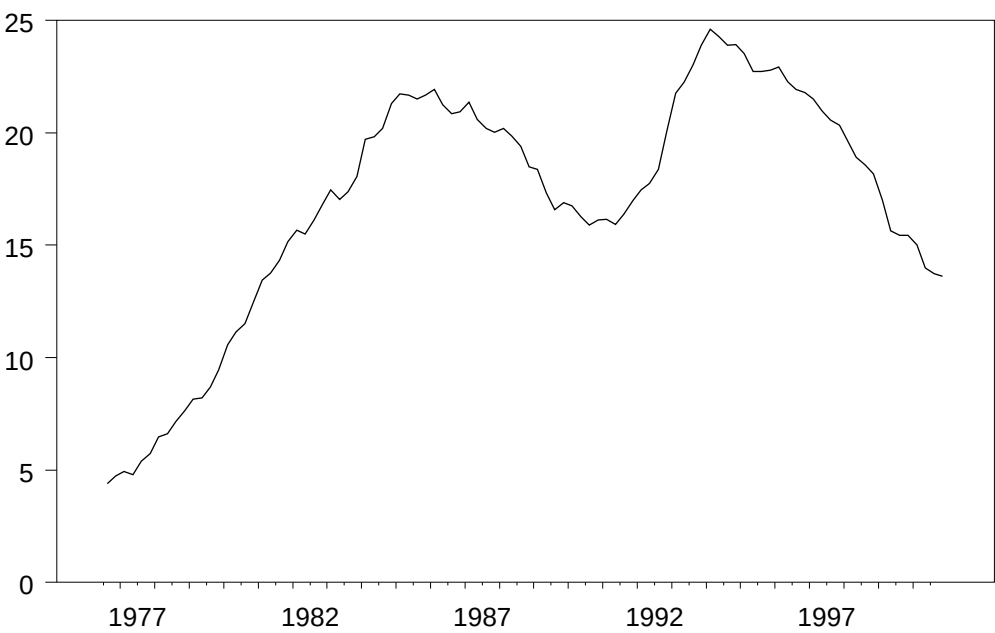


Figura 3: Tasa de Desempleo Agregada



Apéndice II: Contrastes

Contraste de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990)

El contraste de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990) [contraste *HEGY*] permite no sólo detectar la presencia de raíces unitarias en la frecuencia a largo plazo sino también en las frecuencias estacionales. Los valores de los estadísticos de contraste se presentan en la Tabla II.1.

TABLA II.1: CONTRASTE HEGY

<i>Series</i>	$H_0 : \pi_1 = 0$	$H_0 : \pi_2 = 0$	$H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$
U_1^h	-2.5299	4.763*	21.513*
U_2^h	-2.7102	4.411*	26.572*
U_3^h	-2.2648	3.313*	22.088*
E_h	-1.3108	4.116*	21.786*
T_h	0.6754	3.608*	22.068*
U_1^m	-2.2356	3.884*	16.972*
U_2^m	-0.7299	4.218*	12.233*
U_3^m	-2.0640	3.400*	13.129*
E_m	-0.6228	4.386*	19.218*
T_m	-0.3314	4.362*	22.457*
Y	-1.7695	5.183*	38.363*

Nota: La columna $H_0 : \pi_1 = 0$ recoge los valores de los estadísticos que permiten contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria en la frecuencia cero, la columna $H_0 : \pi_2 = 0$ en la frecuencia $1/2$ y la columna $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$ en las frecuencias $1/4$. (*) denota el rechazo de dichas hipótesis para un nivel de significación del 5%.

Tras comprobar los valores de estos estadísticos con los valores críticos tabulados para tal fin [HEGY (1990), págs. 226 y 227], no se rechaza la presencia de una raíz unitaria en la frecuencia a largo plazo para ninguna de las series analizadas, pero sí se rechaza la presencia de raíces unitarias en las frecuencias estacionales para todas ellas.

Contraste de Perron y Vogelsang (1992)

El contraste propuesto por Perron y Vogelsang (1992) permite detectar la presencia de raíces unitarias en las series que han experimentado algún cambio en su estructura.

Bajo el supuesto de que el periodo de dicho cambio es desconocido sugieren dos estrategias para su selección. La primera consiste en elegir aquel T_{CE} asociado al estadístico t más pequeño para $H_0 : \alpha^* = 1$ de la ecuación (7). La segunda, el T_{CE} asociado al estadístico t más pequeño para el contraste de significación de la variable DU_t en la misma ecuación. En este trabajo presentaremos únicamente los resultados obtenidos con la primera de ellas.

El “test” puede realizarse, asimismo, considerando los dos supuestos alternativos en relación a la naturaleza del cambio estructural, esto es, suponiendo que el cambio se puede producir de forma gradual (“*innovational outlier model*”) o de forma instantánea (“*additive outlier model*”).

“Innovational outlier model”. El procedimiento de Perron y Vogelsang (1992), al igual que el de Perron (1990), requiere estimar, por *MCO*:

$$x_t = \gamma^* + \theta^* DU_t + d^* D(T_{CE})_t + \alpha^* x_{t-1} + \sum_{\iota=1}^p \delta_{\iota}^* \Delta x_{t-\iota} + \epsilon_t^*,$$

siendo DU_t y $D(T_{CE})_t$ dos variables ficticias. $DU_t = 1$ si $t > T_{CE}$, y 0 en caso contrario. $D(T_{CE})_t = 1$ si $t = T_{CE} + 1$, y 0 en cualquier otro caso. Los resultados, junto con el T_{CE} correspondiente, se muestran en la Tabla II.2.

TABLA II.2: CONTRASTE DE PERRON Y VOGELSANG (1992)

“INNOVATIONAL OUTLIER MODEL”				
<i>Series</i>	T_{CE}	$\widehat{\alpha^*}$	$\tau(\alpha^* = 1)$	p
ΔU_1^h	1983:4	0.5843	-3.4366	5
ΔU_2^h	1983:4	0.5804	-2.9223	5
ΔU_1^m	1984:3	0.4805	-3.3210	5

Nota: $\tau(\alpha^* = 1)$ denota el estadístico de contraste de la H_0 de raíz unitaria en presencia de cambio estructural. Valor crítico para un nivel de significación del 5%: -4.58 para $T = 100$.

Tras un análisis de los resultados, encontramos evidencia a favor de la presencia de una raíz unitaria con cambio estructural en las tres series analizadas. No se rechaza, por tanto, un grado de integración igual a dos para U_1^h , U_1^m y U_2^h .

Asimismo se aprecia una gran divergencia entre el periodo de cambio estructural previamente fijado (1986:1) y los estimados en este apartado: cuarto trimestre de 1983 (1983:4) y tercer trimestre de 1984 (1984:3), periodos no apoyados sobre la base de los gráficos.

“**Additive outlier model**”. Bajo esta especificación, Perron y Vogelsang (1992) sugieren calcular el estadístico t asociado a $H_0 : \alpha^\dagger = 1$ en la regresión:

$$\tilde{x}_t = \alpha^\dagger \tilde{x}_{t-1} + \sum_{\iota=0}^p d^\dagger D(T_{CE})_{t-\iota} + \sum_{\iota=1}^p \delta^\dagger \Delta \tilde{x}_{t-\iota} + error,$$

donde $\tilde{x}_t$ denota los residuos de la regresión de la variable x_t sobre un término constante y la variable ficticia DU_t . Introduciendo las variables ficticias $D(T_{CE})'$ s, se consigue que los estadísticos de contraste para el estudio de la existencia de una raíz unitaria tengan la misma distribución asintótica en el “*additive outlier model*” y en el “*innovational outlier model*”. Los resultados aparecen en la Tabla II.3.

TABLA II.3: CONTRASTE DE PERRON Y VOGELSANG (1992)
“ADDITIVE OUTLIER MODEL”

<i>Serie</i>	T_{CE}	$\hat{\alpha}$	$\tau(\alpha^\dagger = 1)$	p
ΔU_1^h	1983:1	0.5852	-3.3601	5
ΔU_2^h	1985:4	0.5508	-2.9495	5
ΔU_1^m	1983:2	0.4865	-3.2192	5

Nota: $\tau(\alpha^\dagger = 1)$ denota el estadístico para contrastar la H_0 de raíz unitaria en presencia de cambio estructural. Valor crítico para el nivel de significación del 5%: -4.51 para $T = 100$.

Con independencia de si T_{CE} es conocido o desconocido, y de si el modelo estimado es el “*additive*” y el “*innovational*”, los resultados son semejantes en cuanto al análisis de la presencia de raíces unitarias se refiere. No se rechaza que ΔU_1^h , ΔU_2^h y ΔU_1^m sean $I(1)$ para un nivel de significación del 5%. Existe una notable diferencia, sin embargo, en los periodos estimados del cambio estructural: éstos difieren sustancialmente en todos los casos.

Contraste de Clemente, Montañés y Reyes (1998)

Clemente et al. (1998) proponen una extensión de Perron y Vogelsang (1992), permitiendo dos cambios estructurales en la media de las series.

“Innovational Outlier Model”. Contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria bajo la presencia de estos dos cambios requiere estimar previamente, por *mínimos cuadrados ordinarios*, el siguiente modelo:

$$x_t = \gamma^* + \alpha^* x_{t-1} + \theta_1^* DU_{1t} + \theta_2^* DU_{2t} + d_1^* D(T_{CE})_{1t} + d_2^* D(T_{CE})_{2t} + \sum_{\iota=1}^p \delta_\iota^* \Delta x_{t-\iota} + \epsilon_t^*,$$

donde DU_{1t} , DU_{2t} , $D(T_{CE})_{1t}$ y $D(T_{CE})_{2t}$ son variables ficticias: $DU_{gt} = 1$ si $t > T_{CEg}$ ($g = 1, 2$) y 0 en caso contrario; $D(T_{CE})_{gt} = 1$ si $t = T_{CEg} + 1$ ($g = 1, 2$) y 0 en cualquier otro caso. T_{CE1} y T_{CE2} son los dos periodos en los que la media de la variable x_t sufre los cambios estructurales. Por simplicidad, suponemos que $T_{CE1} = \lambda_1 T$ y $T_{CE2} = \lambda_2 T$, donde $0 < \lambda_1 < 1$, $0 < \lambda_2 < 1$ y $\lambda_2 > \lambda_1$.

Para contrastar la presencia de raíces unitarias calculamos el valor mínimo del estadístico t asociado a $\alpha^* = 1$ para todas las posibles combinaciones de T_{CE1} y T_{CE2} , $\min t_{\alpha^*}^{IO}(\lambda_1, \lambda_2)$. Siguiendo a Zivot y Andrews (1992), Perron y Vogelsang (1992), Lumsdaine y Papell (1997) y Clemente et al. (1998), consideramos que λ_1 y λ_2 toman valores en el intervalo $((p+2)/T, (T-1)/T)$. Suponemos también que $T_{CE2} > T_{CE1} + 1$, es decir, no se pueden producir cambios estructurales en periodos consecutivos.

“Additive Outlier Model”. Para esta especificación, el contraste requiere seguir un procedimiento en dos etapas. En la primera, se regresa la variable x_t sobre un término constante y sobre las variables ficticias DU_{1t} y DU_{2t} , para poder eliminar así la parte determinista de la serie. Los residuos de la regresión, $\tilde{x}_t$, son empleados en la segunda etapa. Tras especificar el modelo:

$$\tilde{x}_t = \alpha^\dagger \tilde{x}_{t-1} + \sum_{\iota=0}^p d_{1\iota}^\dagger D(T_{CE})_{1t-\iota} + \sum_{\iota=0}^p d_{2\iota}^\dagger D(T_{CE})_{2t-\iota} + \sum_{\iota=1}^p \delta_\iota^\dagger \Delta \tilde{x}_{t-\iota} + error,$$

se estima por *mínimos cuadrados ordinarios* para todos los posibles cambios estructurales (T_{CE1} y T_{CE2}) y se obtiene el estadístico t más pequeño asociado a la $H_0 : \alpha^\dagger = 1$, $\min t_{\alpha^*}^{AO}(\lambda_1, \lambda_2)$. Al igual que en Perron y Vogelsang (1992), al introducir las variables ficticias, $D(T_{CE})_{1t-\iota}$ y $D(T_{CE})_{2t-\iota}$, se consigue que $\min t_{\alpha^*}^{IO}(\lambda_1, \lambda_2)$ y $\min t_{\alpha^\dagger}^{AO}(\lambda_1, \lambda_2)$ tengan la misma distribución asintótica. Los resultados aparecen en la Tabla II.4.

TABLA II.4: CONTRASTE DE CLEMENTE ET AL. (1998)
“INNOVATIONAL OUTLIER MODEL”

Series	T_{CE1}	T_{CE2}	$\widehat{\alpha^*}$	$\tau(\alpha^* = 1)$	p
ΔU_1^h	1983:4	1988:3	0.52	-4.04	5
ΔU_2^h	1983:4	1992:4	0.52	-3.43	5
ΔU_1^m	1984:3	1992:4	0.42	-3.75	5

“ADDITIVE OUTLIER MODEL”

<i>Series</i>	T_{CE_1}	T_{CE_2}	$\widehat{\alpha}^*$	$\tau(\alpha^* = 1)$	p
ΔU_1^h	1982:3	1991:3	0.45	-4.55	5
ΔU_2^h	1985:4	1992:4	0.27	-3.83	5
ΔU_1^m	1983:2	1992:1	0.36	-4.07	5

Nota: $\tau(\alpha^* = 1)$ denota el estadístico de contraste de la H_0 de raíz unitaria en presencia de dos cambios estructurales. Valores críticos: -4.94 para el “*innovational outlier model*” y -5.57 para el “*additive outlier model*” [Clemente et al. (1998), $T = 100$ y $p = 5$].

La realización de estos nuevos contrastes de raíces unitarias con un doble cambio estructural proporciona resultados similares a los previamente obtenidos con los “tests” de Perron (1990) y Perron y Vogelsang (1992). Dos observaciones merecen la pena destacar. Primera, en todos los casos, excepto para ΔU_1^h bajo el “*additive outlier model*”, el primer periodo estimado del cambio estructural coincide con el previamente obtenido empleando la metodología de Perron y Vogelsang (1992). Segunda, en ningún caso se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria. Esto es, los contrastes no rechazan que las series U_1^h , U_1^m y U_2^h sean $I(2)$. Sin embargo, los valores estimados para el α correspondiente (0.52; 0.52; 0.42; 0.45; 0.27; 0.36) difieren sustancialmente de la unidad, por lo que parecen apoyar que las series sean $I(1)$.

Estacionariedad en un contexto multivariante

Este contraste constituye un complemento a los “tests” de raíces unitarias ya efectuados. Tratamos de determinar si los vectores de cointegración son triviales, esto es, contrastamos si cada vector de cointegración es tal que $\beta_j^k = 1$ y los restantes β_j^ℓ son iguales a cero, donde $k \neq \ell$ con $k = U, E, T, Y$, para $j = 1, 2, \dots, r$. Si únicamente existen vectores de cointegración triviales, no se podrá justificar el empleo de la teoría de la cointegración.

Los estadísticos de contraste se presentan en la Tabla II.5.

TABLA II.5: CONTRASTES: TRIVIALES

	<i>edad</i>	D_j^h	E_i	T_i	Y
<i>hombres</i>	16 – 29	39.16*	39.62*	40.05*	38.48*
	30 – 44	20.32*	21.41*	21.56*	21.20*
	≥ 45	20.73*	20.81*	21.14*	19.03*
<i>mujeres</i>	16 – 29	23.54*	23.56*	23.66*	25.50*

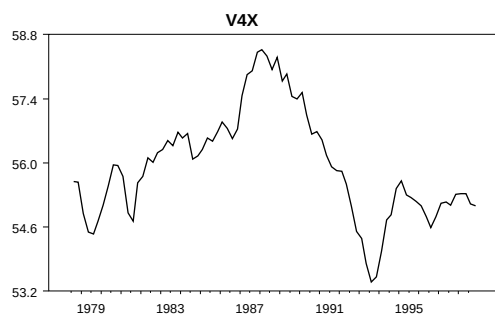
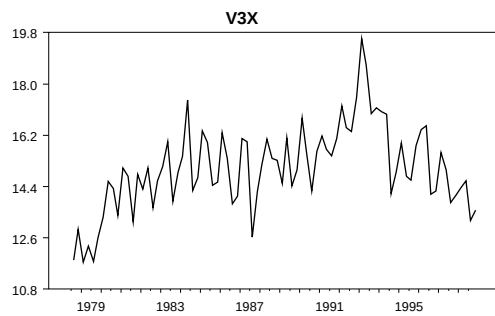
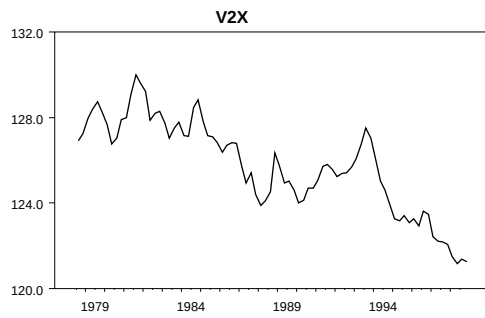
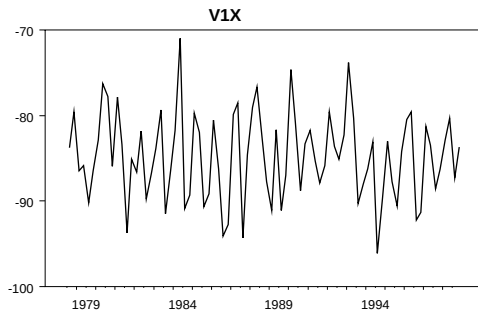
Nota: D_j^h denota U_j^h si la tasa de desempleo es $I(1)$ o ΔU_1^h si ésta es $I(2)$. (*) muestra el rechazo de H_0 para un nivel de significación del 5%.

Los resultados no difieren de los obtenidos con los contrastes de Dickey y Fuller (1981), Phillips y Perron (1988) y Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992). En todos los casos rechazamos la presencia de vectores de cointegración triviales. Esto es, ninguna de las variables, como era de esperar, resulta ser estacionaria.

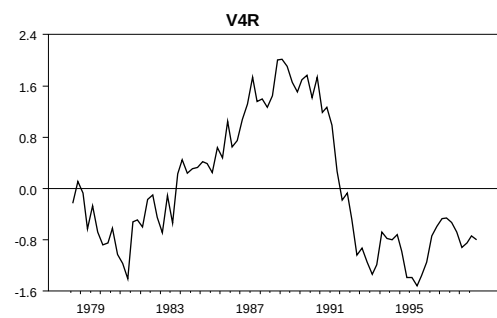
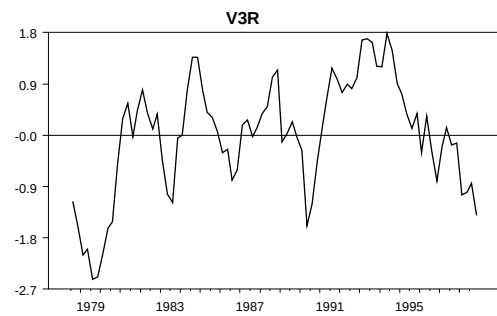
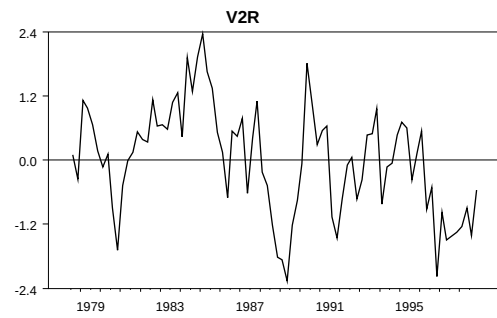
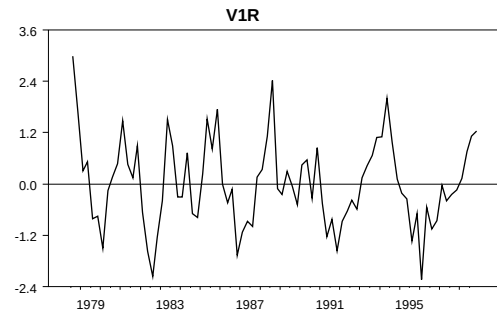
Apéndice III: Residuos de cointegración

Hombres 16-29 [U es I(2), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

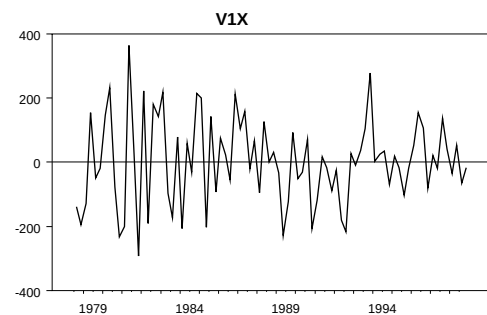


Residuos Corregidos

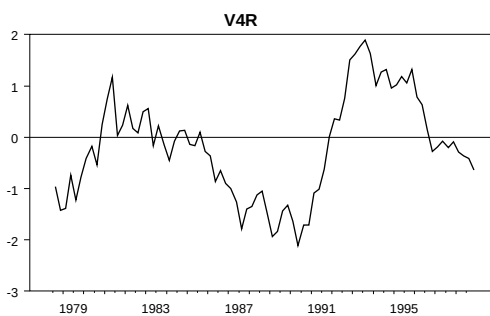
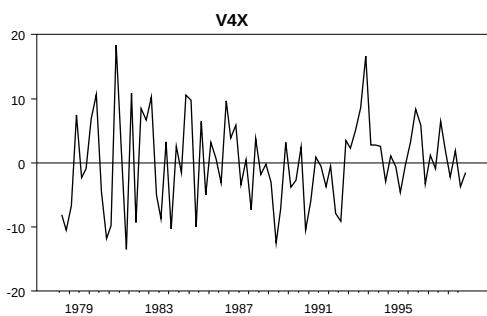
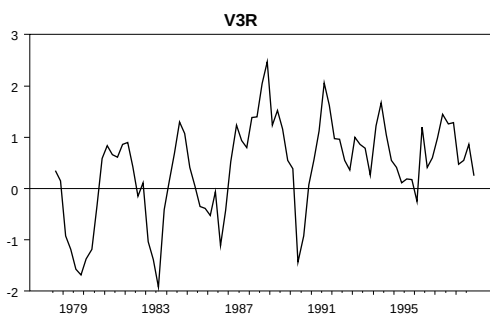
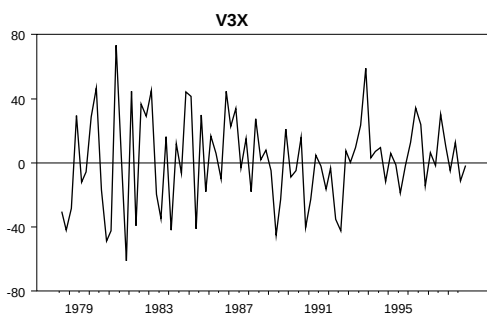
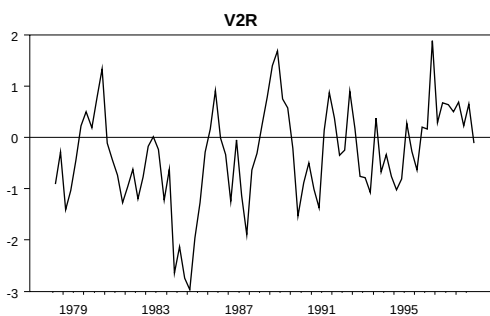
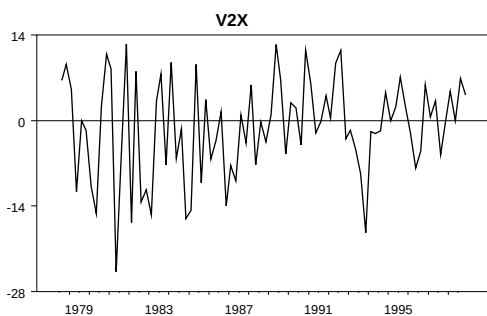
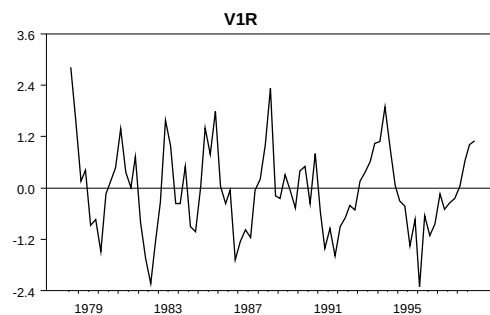


Hombres 16-29 [U es I(2), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración

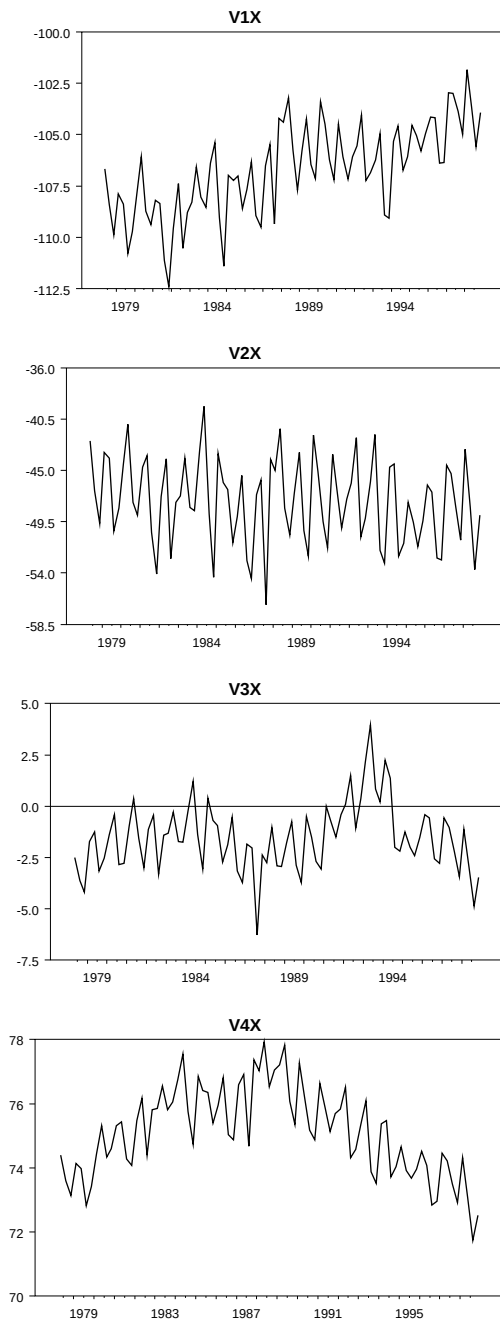


Residuos Corregidos

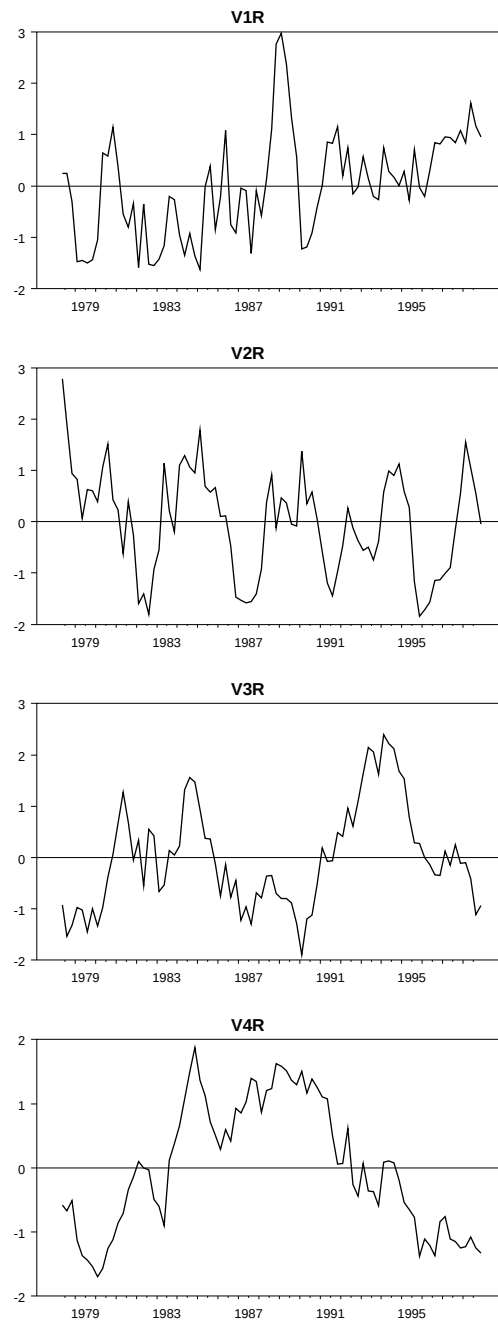


Hombres 30-44 [U es I(2), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

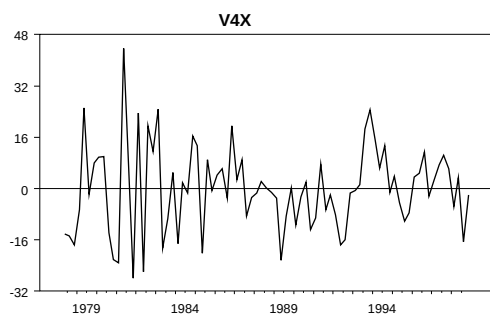
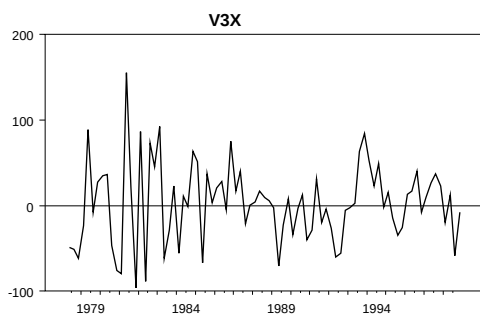
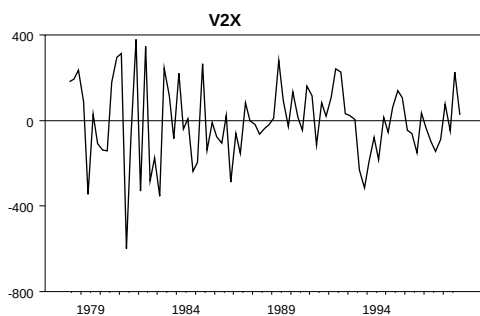
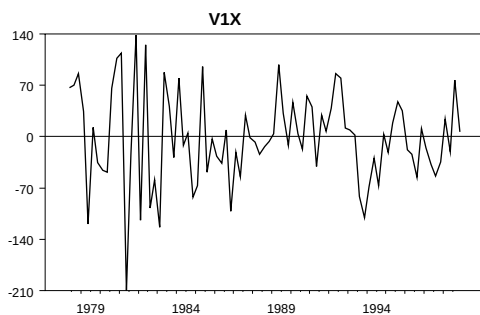


Residuos Corregidos

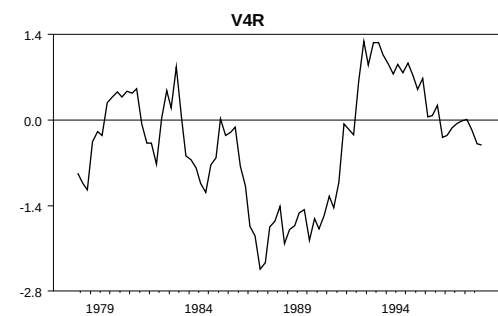
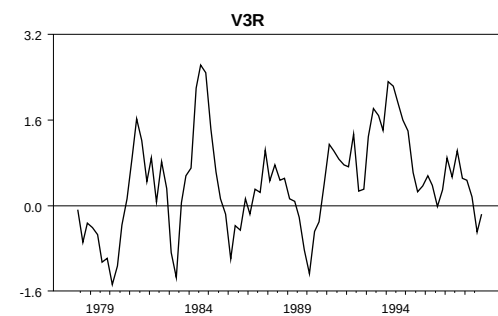
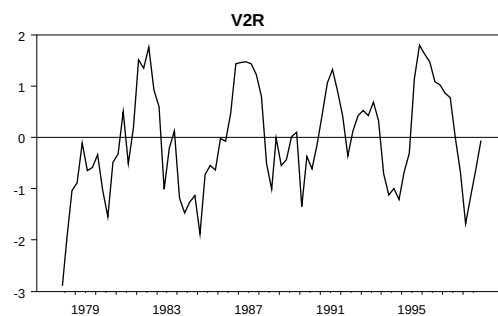
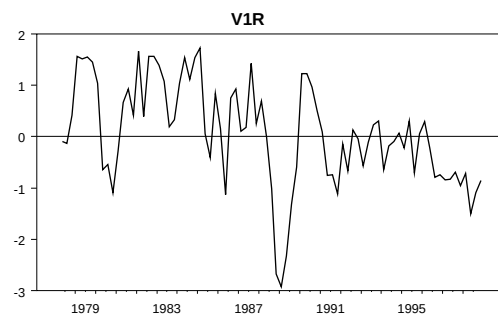


Hombres 30-44 [U es I(2), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración

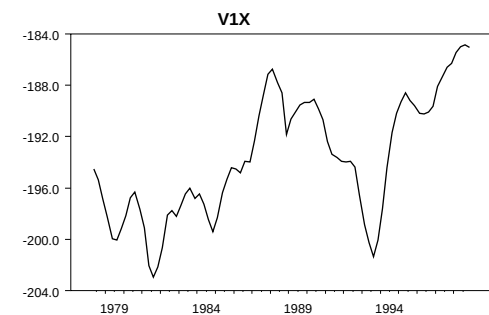


Residuos Corregidos

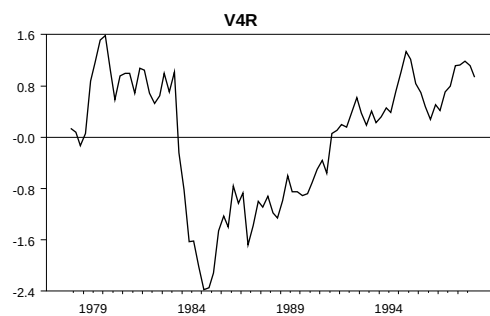
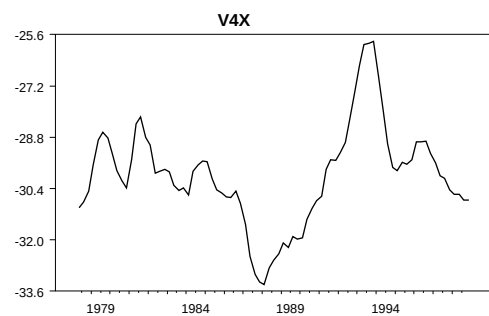
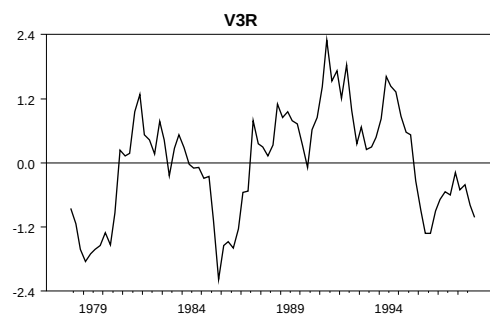
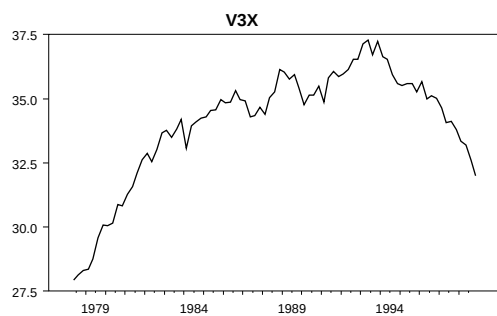
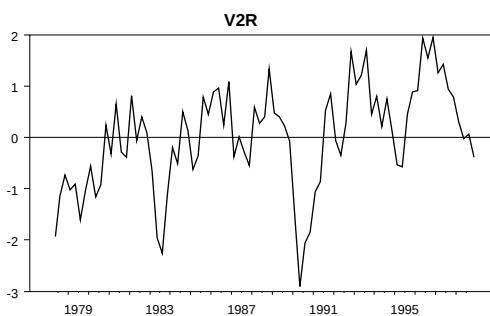
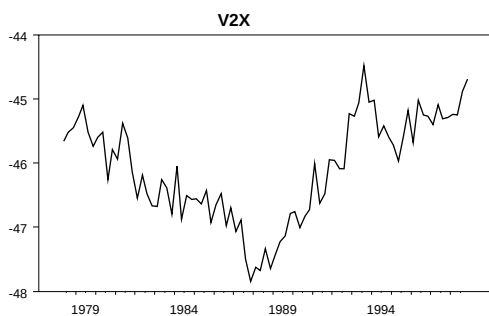
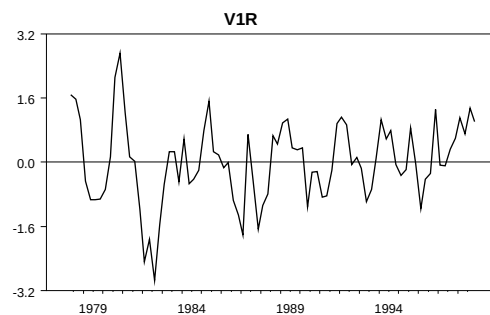


Hombres 45+ [U es I(1), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

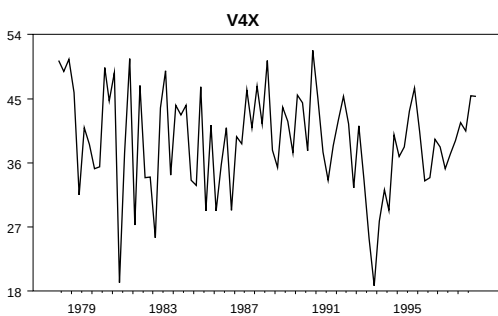
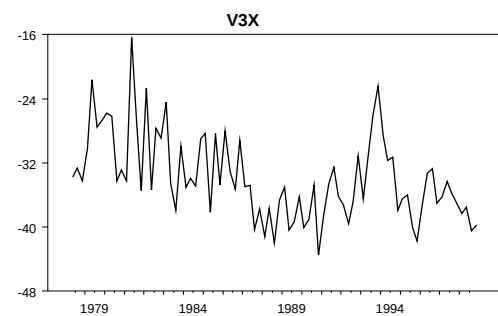
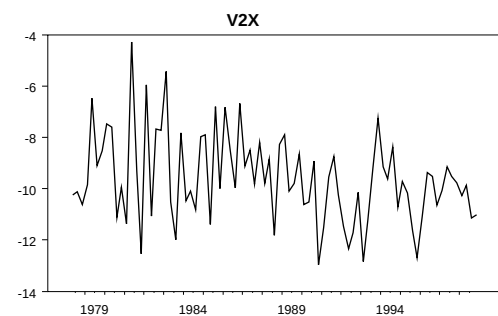
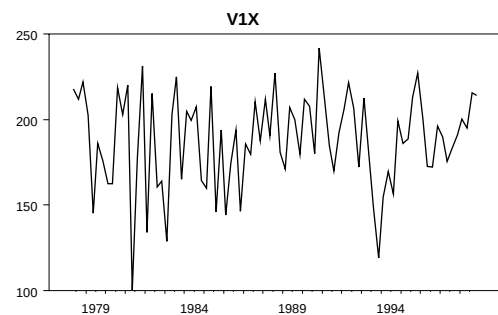


Residuos Corregidos

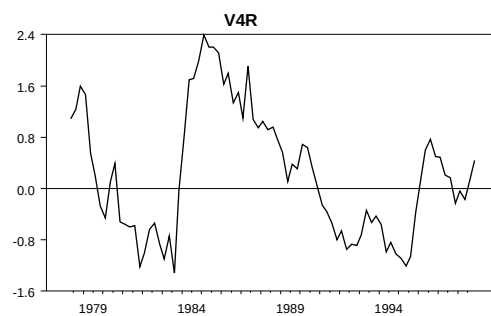
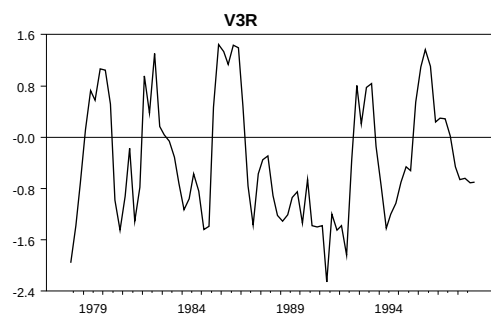
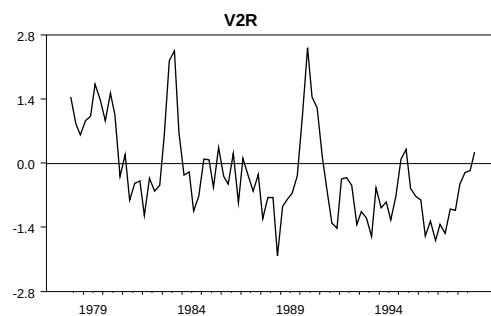
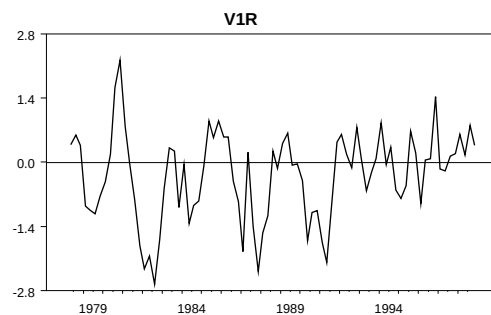


Hombres 45+ [U es I(1), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración

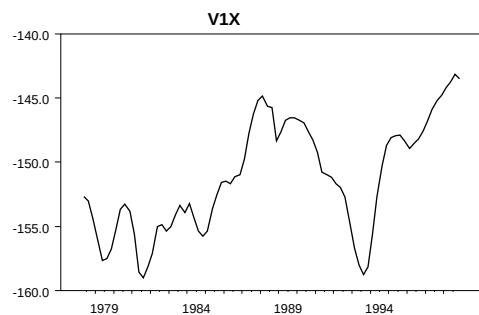


Residuos Corregidos

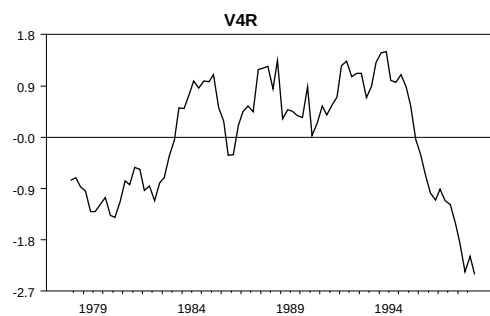
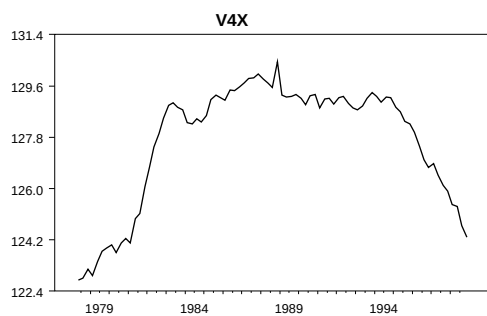
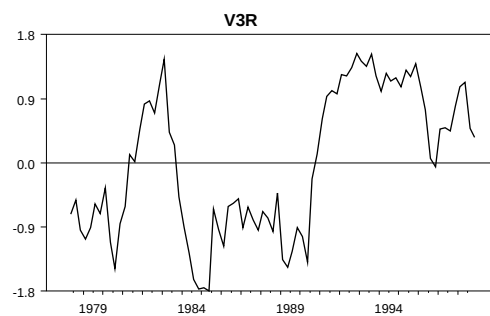
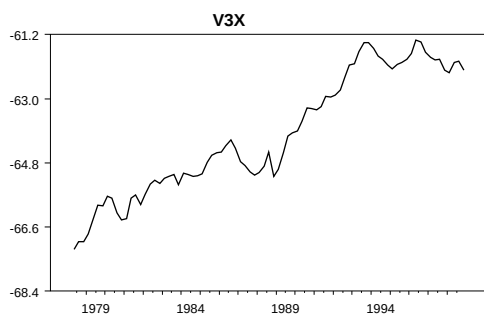
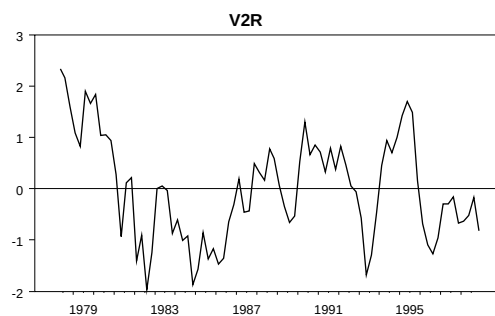
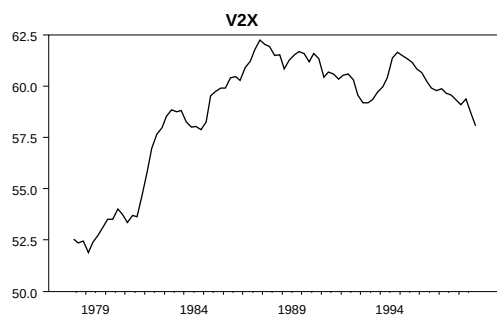
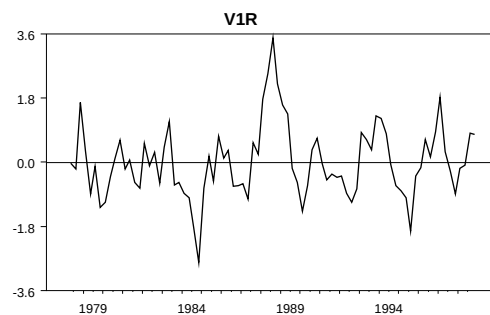


Mujeres 16-29 [U es I(1), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

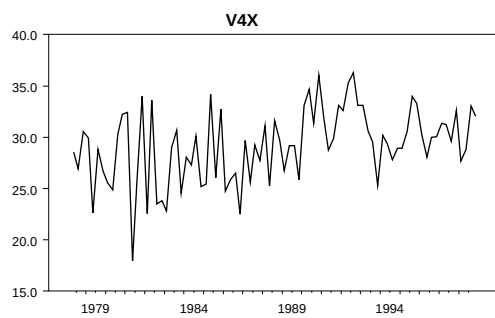
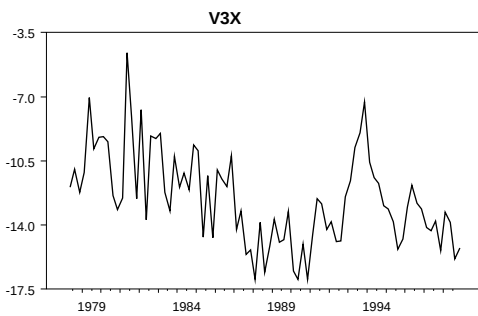
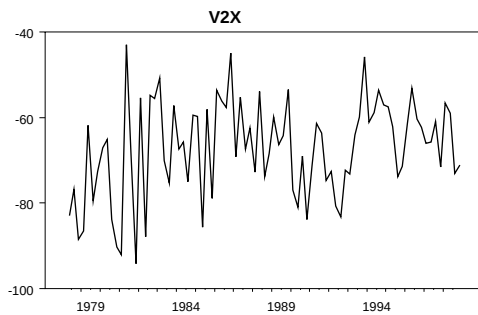
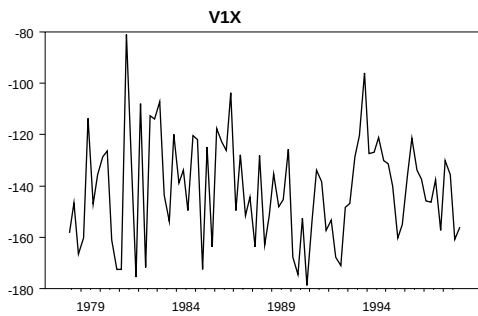


Residuos Corregidos

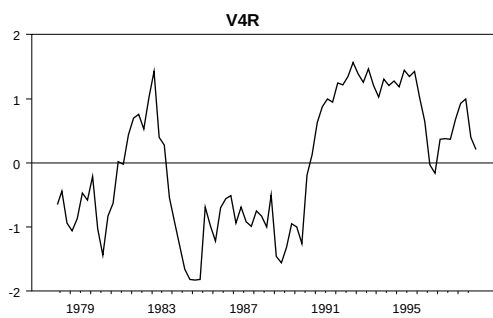
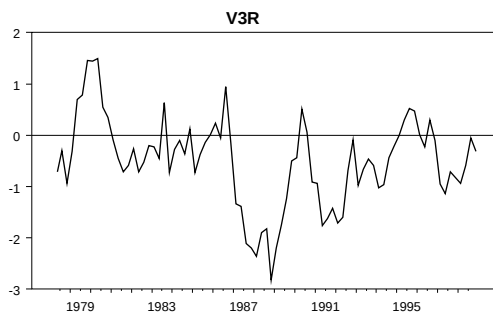
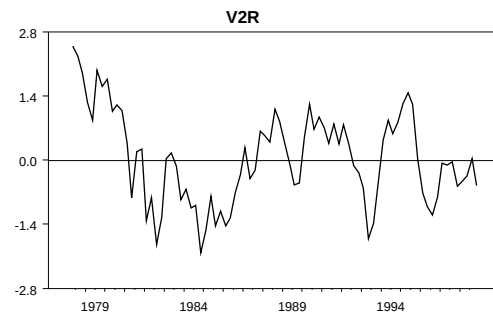
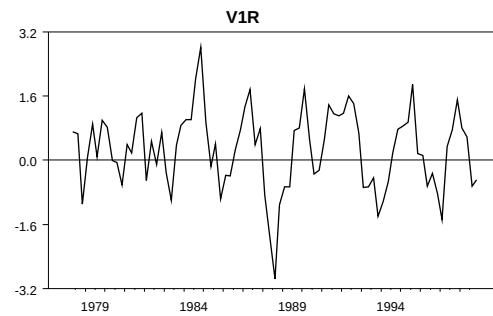


Mujeres 16-29 [U es I(1), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración

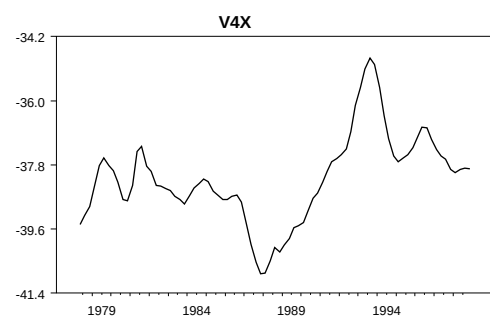
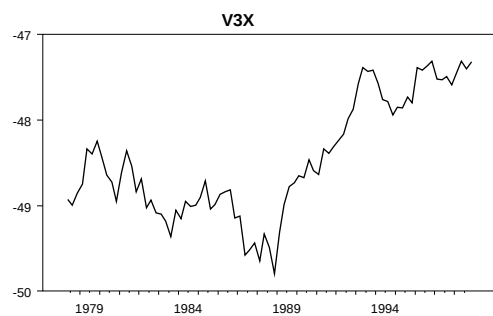
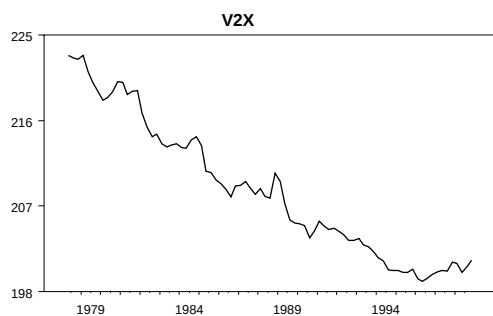
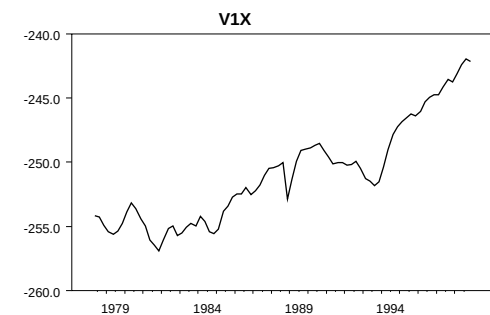


Residuos Corregidos

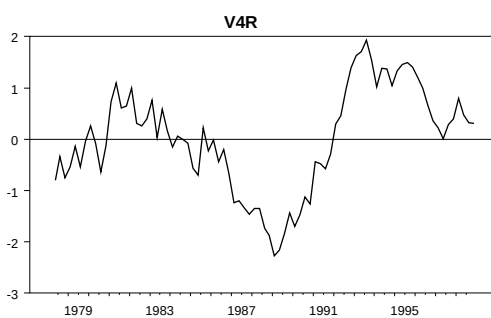
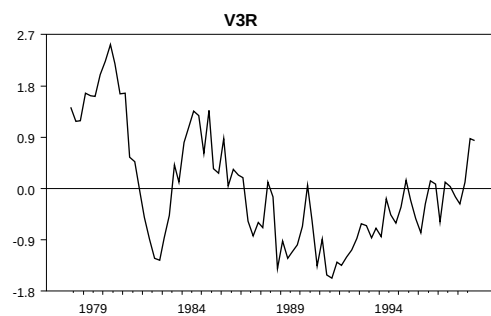
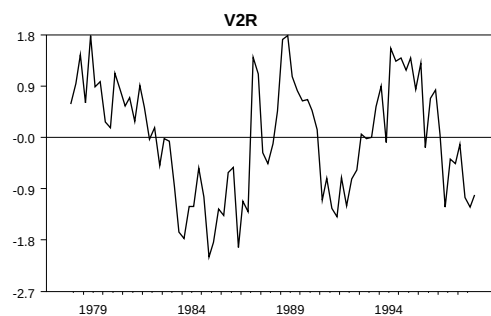
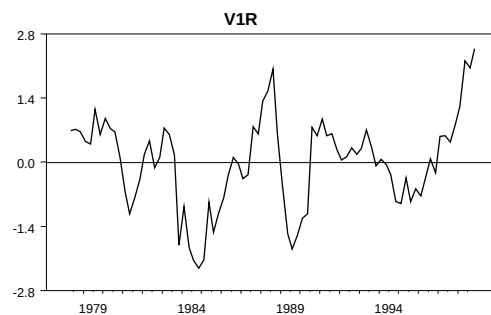


Mujeres 30-44 [U es I(1), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

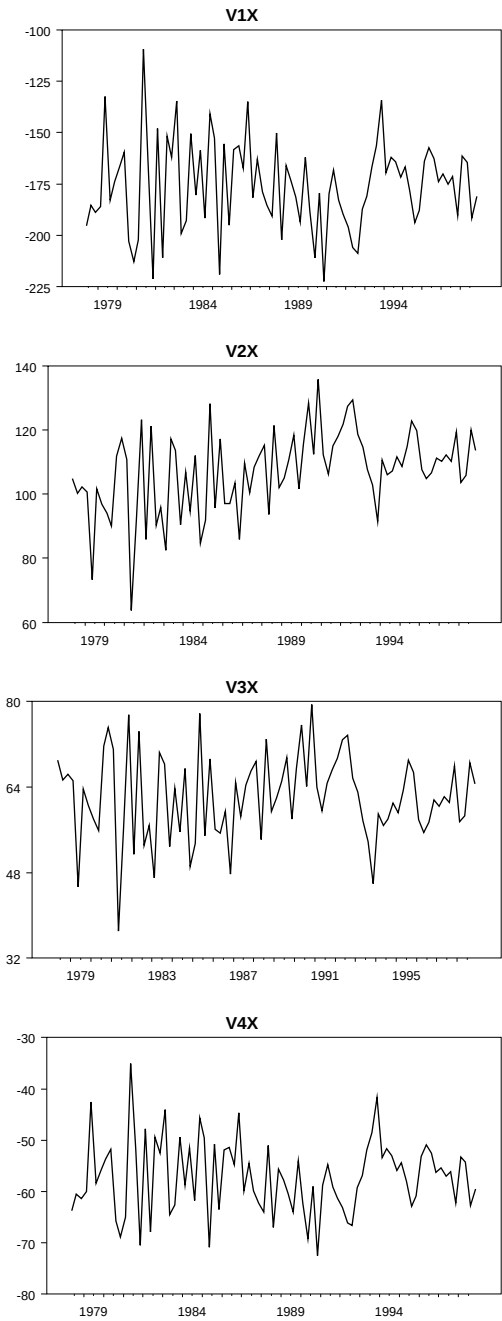


Residuos Corregidos

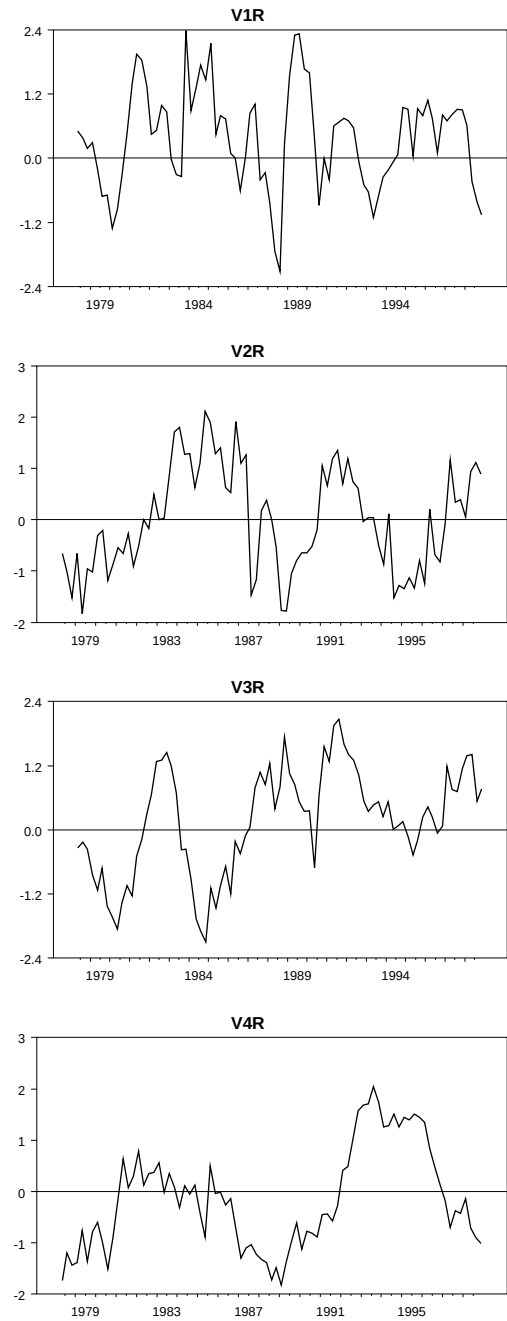


Mujeres 30-44 [U es I(1), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración

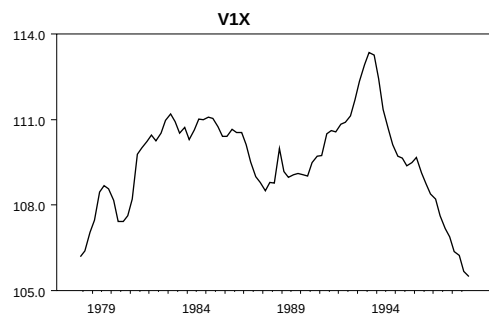


Residuos Corregidos

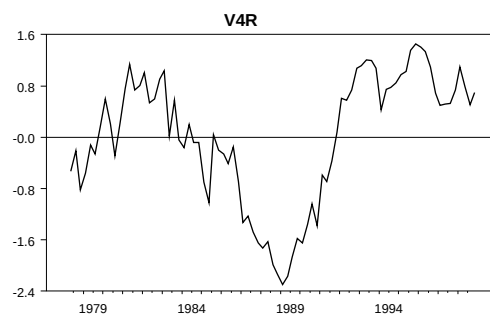
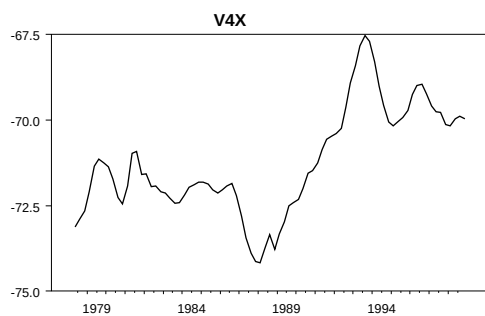
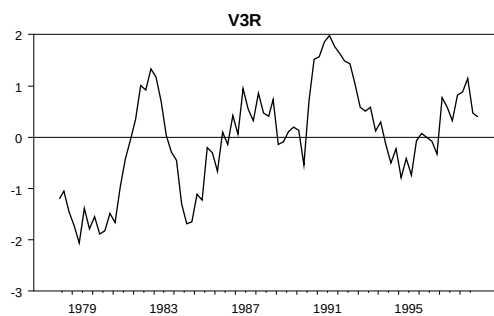
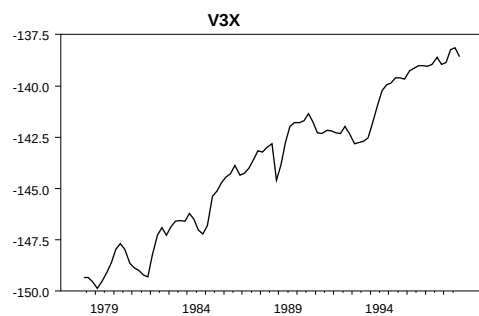
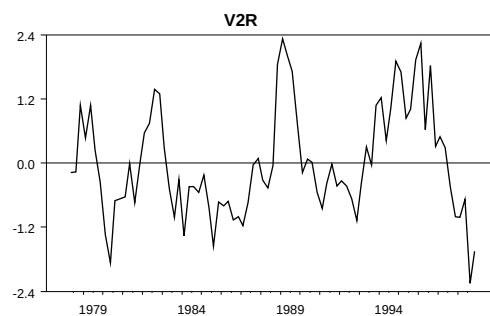
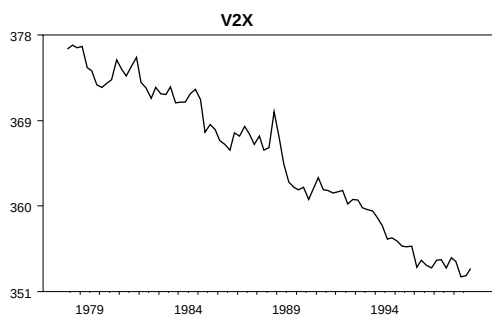
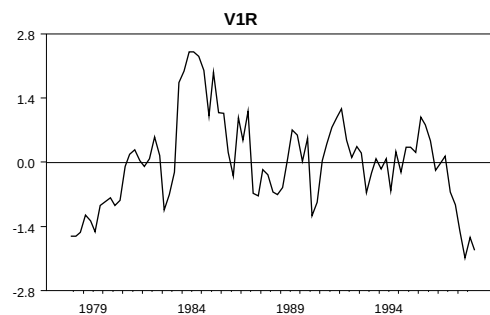


Mujeres 45+ [U es I(1), modelo con tendencia]

Residuos de Cointegración

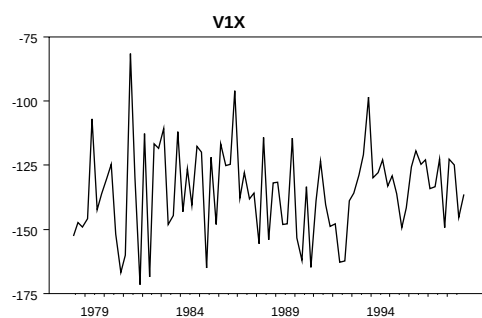


Residuos Corregidos

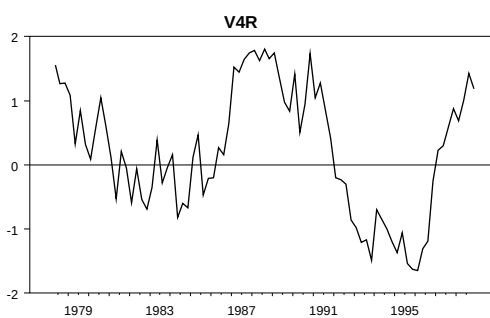
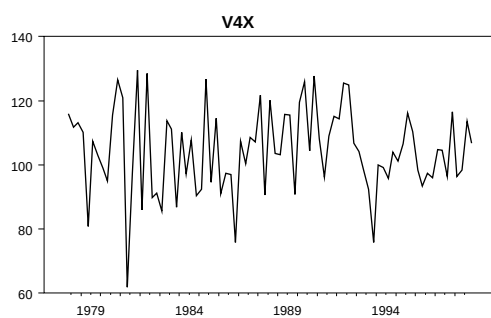
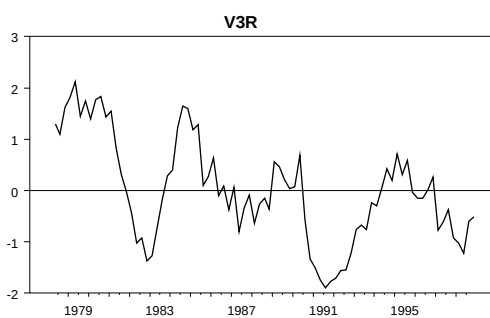
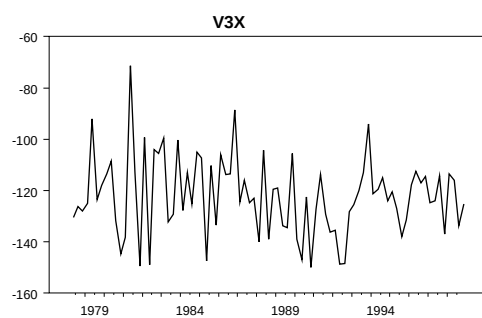
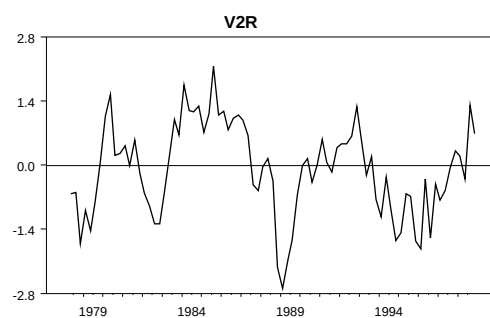
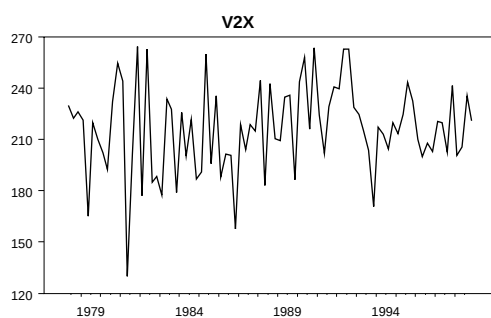
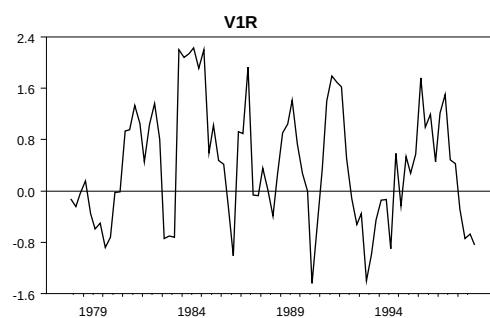


Mujeres 45+ [U es I(1), modelo sin tendencia]

Residuos de Cointegración



Residuos Corregidos



Apéndice IV: Estimaciones máximo verosímiles

Las estimaciones máximo verosímiles de los vectores de cointegración, β , y de la matriz de ponderaciones, α , se presentan a continuación.

- Hombres desempleados con edades comprendidas entre los 16 y 29 años

$$\beta = \begin{pmatrix} 566.02 & -32.59 \\ -52.04 & -54.76 \\ 8.49 & -3.53 \\ 2.91 & 0.45 \\ 86.83 & 108.18 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} -2.84e-03 & 1.46e-03 \\ 1.05e-03 & -5.43e-05 \\ 5.57e-04 & 1.77e-03 \\ -0.06 & -0.05 \end{pmatrix}$$

$$\beta^* = \begin{pmatrix} 576.31 & 58.62 \\ -53.16 & 52.75 \\ 2.96 & -0.32 \\ 95.90 & -101.67 \end{pmatrix}$$

- Hombres desempleados con edades comprendidas entre los 30 y 44 años

$$\beta = \begin{pmatrix} -259.27 & -731.47 \\ 51.57 & 36.90 \\ 9.93 & -24.80 \\ -1.04 & -1.52 \\ -106.15 & -47.90 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 5.51e-04 & 1.27e-03 \\ 8.99e-04 & -6.61e-04 \\ -1.77e-03 & 3.41e-04 \\ 0.06 & 0.06 \end{pmatrix}$$

- Hombres desempleados mayores de 44 años

$$\beta = \begin{pmatrix} -2.47 \\ -98.84 \\ 4.36 \\ 1.81 \\ 184.52 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} -4.25e-04 \\ 3.54e-04 \\ 1.86e-03 \\ -0.04 \end{pmatrix}$$

- Mujeres desempleadas con edades comprendidas entre los 16 y 29 años

$$\beta = \begin{pmatrix} -8.57 \\ 75.93 \\ 4.12 \\ -1.88 \\ -141.66 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 3.19e-03 \\ -4.63e-04 \\ -1.34e-03 \\ -5.46e-03 \end{pmatrix}$$

Nota: β^* denota β una vez eliminada la variable T_{ht} (tamaño relativo medio de la población).

Referencias

- [1] AHN, N., M. IZQUIERDO, Y J. F. JIMENO (2000), “Tamaño de la Población y Desempleo Juvenil: Un Análisis con Datos Agregados, Regionales y Microeconómicos”, *Fundación Caixa Galicia, CIEF* (Centro de Investigación Económica y Financiera).
- [2] AKAIKE, H. (1973), “Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle”, B. Petrov and F. Csake eds., 2nd International Symposium on Information Theory, Budapest, Akademiai Kiado.
- [3] ALOGOSKOUFIS, G. S. Y A. MANNING (1988), “On the Persistence of Unemployment”, *Economic Policy*, 7, págs. 427–469.
- [4] ANDRÉS, J. (1993), “La Persistencia del Desempleo Agregado: Una Panorámica”, *Moneda y Crédito*, 197, págs. 91–127.
- [5] ANDRÉS, J., R. DOMENECH, Y D. TAGUAS, (1996), “Desempleo y Ciclo Económico en España”, *Moneda y Crédito*, 0, 202, págs. 157–204.
- [6] ANDRÉS, J., C. MOLINAS Y D. TAGUAS (1991), “Una Función de Consumo Privado para la Economía Española: Aplicación del Análisis de Cointegración”, *La Economía Española. Una Perspectiva Macroeconómica*, Instituto de Estudios Fiscales, Ed. Antoni Bosch, págs. 51–99.
- [7] AUERBACH, A. Y L. J. KOTLIKOFF (1984), “Social Security and the Economics of the Demographic Transition, Retirement and Economic Behaviour”, *Studies in Social Economics*, págs. 255–278.
- [8] BAILEN, J. M. Y J. GIL (1996), “Transitional Effects of a Pension System Change in Spain”, *Documento de Trabajo de FEDEA*, págs. 96–24.
- [9] BANERJEE, A., R. L. LUMSDAINE Y J. H. STOCK (1992), “Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypothesis: Theory and International Evidence”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 3, págs. 271–287.
- [10] BERGER, M. C. (1985), “The Effect of Cohort Size on Earning Growth: A Reexamination of the Evidence”, *Journal of Political Economy*, 93, 3, págs. 561–573.

- [11] BOVER, O. Y M. ARELLANO (1995), “Female Labour Force Participation in the 1980s: The Case of Spain”, *Investigaciones Económicas*, mayo, XIX, 2, págs. 171–194.
- [12] CAMPBELL, J. Y. Y P. PERRON (1991), “Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomists Should Know about Unit Roots”, Princeton University.
- [13] CASTILLO, S. Y J. F. JIMENO (1996), “¿Tiene el Paro un Componente Demográfico?”, *Papeles de Economía Española*, 67, págs. 170–184.
- [14] CHRISTIANO, L. J. (1992), “Searching for a Break in GNP”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 3, págs. 237–250.
- [15] CLEMENTE, J., A. MONTAÑÉS Y M. REYES (1998), “Testing for a Unit Root in Variables with a Double Change in the Mean”, *Economics Letters*, 59, págs. 175–182.
- [16] COMPAGNIE, P. (1994), “Pensions Publiques et Vieillessement Demographique dans une Petite Economie Ouverte”, CREPP-Universite de Lige, Belgium.
- [17] DICKEY, D. A. Y W. A. FULLER (1981), “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Econometrica*, 49, 4, págs. 1057–1078.
- [18] DOLADO, J. J. Y D. LÓPEZ-SALIDO (1996), “Histéresis y Fluctuaciones Económicas (España, 1970-1994)”, *Moneda y Crédito*, 0, 202, págs. 117–155.
- [19] ECHEVARRÍA, C. A. (1995), “Imposición y Distribución de Edades en un Modelo de Ciclo Vital y Crecimiento”, *Revista Española de Economía*, 12, 2, págs. 257–280.
- [20] EGUÍA, B. (1997), “Seguridad Social y Estructura Demográfica en un Modelo de Ciclo Vital con Edad de Retiro Endógena”, *Revista de Economía Aplicada*, V, 13, págs. 5–38.
- [21] ENGLE, R. F. Y C. W. J. GRANGER (1987), “Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing”, *Econometrica*, 55, págs. 251–276.

- [22] FAIR, R. C. Y K. A. DOMINGUEZ (1991), “Effects of the Changing U. S. Age Distribution on Macroeconomic Equations”, *The American Economic Review*, 81, 5, págs. 1276–1294.
- [23] FERNÁNDEZ CORDÓN, J. A. (1998), “El Envejecimiento de la Población Española”, *Papeles de Economía Española*, 77, págs. 91-103.
- [24] FULLER, W. A. (1976), “Introduction to Statistical Time Series”, New York, Wiley.
- [25] GARCÍA-FONTES, W. Y H. HOPENHAYN (1996), “Creación y Destrucción de Empleo en la Economía Española”, *La Economía Española: Una Visión Diferente*, Ed. Antoni Bosch, págs.139–150.
- [26] GARDEAZABAL, J. Y M. REGÚLEZ (1992), *The Monetary Model of Exchange Rate and Cointegration: Estimation, Testing and Prediction*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag Publishers, 385.
- [27] GONZALO, J. (1994), “Comparison of Five Alternative Methods of Estimation Long-Run Equilibrium Relationships”, *Journal of Econometrics*, 60, págs. 203–233.
- [28] HALL, A. (1990), “Testing for a Unit Root in Time Series with Pretest Data based Model Selection”, Mimeo, North Carolina State University.
- [29] HERCE, J. A. (1994), “Consecuencias Socio-Económicas de las Tendencias Demográficas Españolas”, *Documento de Trabajo, FEDEA*, 94-17, págs. 321–335.
- [30] HYLLEBERG, S., R. F. ENGLE, C. W. J. GRANGER Y B. S. YOO (1990), “Seasonal Integration and Cointegration”, *Journal of Econometrics*, 44, págs. 215–238.
- [31] INE (2000), Anuario Estadístico 1999, Madrid.
- [32] JENSEN, S. H. Y S. B. NIELSEN (1992), “Population Aging, Public Pensions and The Macroeconomy”, *Working Paper* 8-91, Institute of Economics, Copenhagen Business School.
- [33] JOHANSEN, S. (1988), “Statistical Analysis of Cointegration Vectors”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, págs. 231–254.

- [34] JOHANSEN, S. (1991A), “Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, págs. 383–397.
- [35] JOHANSEN, S. (1991B), “Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models”, *Econometrica*, 59, 6, págs. 1551–1580.
- [36] JOHANSEN, S. Y K. JUSELIUS (1990), “Maximum Likelyhood Estimation and Inference on Cointegration-with Applications to the Demand for Money”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 2, págs. 169–210.
- [37] JOHANSEN, S. Y K. JUSELIUS (1992), “Testing Structural Hypothesis in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK”, *Journal of Econometrics*, 53, págs. 211–244.
- [38] KWIATKOWSKI, D., P. C. B. PHILLIPS, P. SCHMIDT Y Y. SHIN (1992), “Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 54, págs. 159–178.
- [39] LEE, H. S. Y P. L. SIKLOS (1991), “Unit Roots and Seasonal Unit Roots in Macroeconomic Time Series”, *Economics Letters*, 35, págs. 273–277.
- [40] LESLIE, D., Y. PU, Y A. WHARTON (1995), “Hysteresis versus Persistence in Unemployment: A Sceptical Note on Unit Root Tests”, *Labour*, 9, 3, págs. 507–523.
- [41] LÓPEZ GARCÍA, M. A. (1992), “Sobre la Interacción entre la Demografía y el Diseño de la Seguridad Social”, Departamento de Economía Aplicada, Universidad Autónoma de Barcelona, mimeo.
- [42] LUMSDAINE, R. L. Y D. H. PAPELL (1997), “Multiple Trends and the Unit Root Hypothesis”, *The Review of Economics and Statistics*, 79, págs. 212–218.
- [43] MANKIW, N. G. (1997), *Macroeconomía*, Antoni Bosch, Barcelona, Tercera edición.
- [44] MONTAÑÉS, A. Y M. REYES (1998), “Effect of a Shift in the Trend Function on Dickey-Fuller Unit Root Tests”, *Econometric Theory*, 14, págs. 355–363.

- [45] OCDE (1994), The OECD Jobs Study. Facts, Analysis, Strategies, OECD.
- [46] OSTERWALD-LENUM, M. (1990), “Recalculated and Extended Tables of the Asymptotic Distribution of Some Important Maximum Likelihood Cointegration Test Statistics”, University of Copenhagen.
- [47] OSTERWALD-LENUM, M. (1992), “A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 3, págs. 461–472.
- [48] PERRON, P. (1989), “The Great Crash, The Oil Price Stock and The Unit Root Hypothesis”, *Econometrica*, 57, 6, págs. 1361–1401.
- [49] PERRON, P. (1990), “Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 8, 2, págs. 153–162.
- [50] PERRON, P. Y T. VOGELSANG (1992), “Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchasing Power Parity”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 3, págs. 301–320.
- [51] PHILLIPS, P. C. B. (1987), “Time Series Regression with a Unit Root”, *Econometrica*, 55, 2, págs. 277–301.
- [52] PHILLIPS, P. C. B. Y P. PERRON (1988), “Testing for a Unit Root in Time Series Regression”, *Biometrika*, 75, 2, págs. 335–346.
- [53] ROCHE, I. C. (1991), “La Protección Social en España, Los Sistemas de Seguridad Social y el Mercado Unico Europeo”, *Colección Seguridad Social*, 10, págs. 341–360.
- [54] SCHMIDT, C. M. (1993), “Ageing and Unemployment”, en *Labour Markets in an Ageing Europe*, Cambridge University Press, págs. 216–252.
- [55] SCHWARZ, G. (1978), “Estimating the Dimension of a Model”, *The Annals of Statistics*, 6, págs. 461–464.
- [56] VELARDE, J. (1990), “El Tercer Viraje de la Seguridad Social en España”, *Instituto de Estudios Económicos*.

- [57] WELCH, F. (1979), “Effects of Cohort Size on Earnings: The Baby Boom Babies’ Financial Bust”, *Journal of Political Economy*, 87, 5, S65–S97.
- [58] ZIMMERMANN, K. F. (1992), “Ageing and the Labor Market. Age structure, cohort size and unemployment”, *Fiscal Implications of an Aging Population, Population Economics*. Dieter Bös y Sijbren Cnossen, Springer-Verlag, págs. 113–136.
- [59] ZIVOT, E. y D. W. K. ANDREWS (1992), “Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 3, págs. 251–270.