

ESTUDIOS SOBRE LA ECONOMIA ESPAÑOLA

**Economía y política de la financiación
de servicios públicos en territorios
con desigual densidad de demanda**

Julio López Laborda y Vicente Salas Fumás

EEE 83

Septiembre, 2000



<http://www.fedea.es/hojas/publicado.html>

ECONOMÍA Y POLÍTICA
DE LA FINANCIACIÓN DE SERVICIOS PÚBLICOS
EN TERRITORIOS CON DESIGUAL DENSIDAD DE DEMANDA

Julio López Laborda (julio.lopez@posta.unizar.es)*

Vicente Salas Fumás (vsalas@posta.unizar.es)*

Universidad de Zaragoza

Abril de 2000

ABSTRACT: Este trabajo pretende ofrecer una contribución a la investigación sobre la cuantificación de las necesidades de gasto de las jurisdicciones subcentrales, para lo que propone fórmulas alternativas que se sustentan en principios de eficiencia económica, equidad y relaciones de poder. Lo expuesto en el texto sugiere que, en presencia de costes fijos en la prestación de los servicios públicos, el territorio, además de la demanda que se asienta en el mismo, constituye una variable relevante cuando se utilizan criterios de eficiencia y equidad en la determinación de las necesidades de gasto. Cuando el criterio empleado es el de poder, aproximado éste por la población relativa de cada territorio, la única variable relevante es, precisamente, la población. La aplicación de estos resultados al Estado autonómico español sugiere, o bien que los costes variables representan la casi totalidad del coste de prestación de los bienes y servicios públicos regionales, o bien que el criterio de poder es el que mejor explica la asignación de recursos públicos entre las Comunidades Autónomas de régimen común.

PALABRAS CLAVE: Necesidades de gasto, eficiencia, equidad, poder, población, densidad.

CLASIFICACIÓN J.E.L.: D61, D63, H73.

* Agradecemos, con la habitual cláusula de exoneración de responsabilidad, las valiosas observaciones y sugerencias que nos han formulado Enrique Bernal, Guillem López Casasnovas, Carlos Monasterio y Francisco Pérez García.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los temas más conflictivos en el desarrollo del sistema de financiación autonómica es, seguramente, el de la determinación de las necesidades de gasto de las Comunidades Autónomas. De acuerdo con la teoría del federalismo fiscal -acogida expresamente por alguna Constitución federal, como la alemana o la canadiense- *la necesidad de gasto de una jurisdicción es el gasto en que ésta debe incurrir para proporcionar a sus residentes un nivel de los bienes y servicios públicos de su competencia razonablemente similar al proporcionado por las restantes jurisdicciones*. Si ese nivel no es alcanzable mediante la realización de un determinado esfuerzo fiscal sobre sus propios impuestos, la jurisdicción resultará acreedora de una transferencia, procedente del nivel central o de las jurisdicciones excedentarias.

Tanto desde la literatura hacendística como desde los agentes implicados en el proceso -los órganos centrales del Estado y las Comunidades Autónomas- se han sucedido los intentos encaminados a identificar los indicadores más adecuados para determinar las necesidades de gasto autonómicas. Hasta la fecha, sólo parece existir cierto acuerdo en el peso preferente que corresponde a la población de cada Comunidad.

No parece descabellado pensar que en la próxima revisión del sistema de financiación de las Comunidades Autónomas (para el quinquenio 2002-2006) vaya a estar presente, de nuevo, el mismo debate. Mientras algunas Comunidades anuncian ya su intención de apoyar un sistema basado totalmente en el elemento de población, otras recuerdan la importancia de criterios como la extensión territorial, la dispersión de la población o las peculiaridades geográficas. En suma, se reabre, una vez más, y con parecidos objetivos y argumentos, el debate

que lleva caracterizando la construcción del sistema de financiación autonómica desde sus inicios.

Nuestro objetivo, con este trabajo, es presentar una contribución al debate sobre la identificación de los indicadores de las necesidades de gasto autonómicas. Para ello, en la segunda sección empezamos recordando cómo se ha abordado este problema en el diseño y evolución del sistema de financiación de las Comunidades Autónomas españolas de régimen común.

En la sección tercera presentamos un modelo analítico sencillo que permite determinar, bajo un criterio general de maximización del bienestar, el coste de satisfacer la demanda de un servicio público a la población residente en un territorio acotado. El modelo contempla un servicio homogéneo que proporciona la misma utilidad bruta a todos los consumidores. Por ello, la maximización del bienestar equivale a la minimización de los costes de producción más los costes de acceso al punto del territorio en el que se presta el servicio. Los resultados del análisis informan de que el coste de prestación del servicio y, por tanto, el bienestar, dependen de la población y de la superficie donde esa población se asienta, es decir, de la densidad de demanda.

Los fundamentos conceptuales del análisis se encuentran en la economía espacial, Hotelling (1929), Salop (1979) y el desarrollo más reciente de Waterson (1993). En esta literatura se analizan tanto los resultados de la libre competencia entre empresas privadas que se disputan la clientela decidiendo dónde instalar sus puntos de venta y los precios de los productos o servicios vendidos, como los que se alcanzan por un planificador que decide maximizando el bienestar social. Este segundo planteamiento es el que se utiliza aquí, al tratarse de un servicio público financiado a través de los presupuestos.

Las anteriores consideraciones de eficiencia económica se completan en la sección cuarta con la introducción de argumentos de índole política. Para ello, se parte de la existencia de un determinado presupuesto para cubrir las necesidades financieras de prestación del servicio público en cuestión en varios territorios, y se analiza la decisión política de reparto de ese presupuesto, de acuerdo con tres criterios distintos: eficiencia, equidad y poder. De cada uno de estos criterios se derivan ponderaciones distintas de la superficie y la población, cuando se trata de determinar el reparto del presupuesto entre los distintos territorios.

La sección quinta trata de integrar las tres precedentes, realizando una valoración de la forma en que el sistema de financiación ha considerado las necesidades de gasto de las Comunidades Autónomas, a la luz de los resultados obtenidos por el modelo analítico.

El trabajo se cierra con una sección de consideraciones finales, en la que se reflexiona sobre la viabilidad de la aplicación en nuestro país de criterios alternativos al de poder, y sobre la influencia que este criterio pueda tener en el agravamiento de los desequilibrios territoriales.

2. LA CUANTIFICACIÓN DE LAS NECESIDADES DE GASTO DE LAS COMUNIDADES AUTÓNOMAS

En España, el único momento en que las necesidades de gasto de las Comunidades Autónomas han sido objeto de una evaluación expresa fue durante el proceso de traspaso de los bienes y servicios correspondientes a las competencias asumidas por las Comunidades. En aquel período (que se extiende, básicamente, hasta 1986) para cada

servicio se determinó el *coste efectivo* de su prestación, determinado por la suma de los costes directos e indirectos y por la inversión de conservación, mejora y sustitución. Como es evidente, la utilización del coste efectivo sólo aseguraba el mantenimiento de la distribución territorial del gasto preexistente al proceso de descentralización del Estado. Este sistema sólo hubiera podido garantizar un nivel de prestación comparable en todo el territorio nacional si ya lo fuera históricamente, lo cual es harto dudoso.

En 1986 se revisa el modelo de financiación autonómica, con vistas a su aplicación durante el quinquenio 1987-1991¹. La financiación basada en el coste efectivo se sustituye por otra fundamentada en una serie de variables socioeconómicas y demográficas, con base en lo dispuesto en el artículo 13 de la Ley Orgánica de Financiación de las Comunidades Autónomas (LOFCA). Por lo que respecta a las ponderaciones que hayan de recibir las variables, los negociadores de los gobiernos central y autonómicos están de acuerdo en que el criterio preponderante ha de ser la población, hasta el punto de que el objetivo prioritario de la reforma es acercar la financiación per cápita de las Comunidades que han asumido las mismas competencias. Se estima que la población es el principal indicador de las necesidades de gasto de las Comunidades Autónomas y que así lo ha entendido la LOFCA al encabezar la relación de variables de su artículo 13 precisamente con “el coeficiente de población”.

La importancia que esa variable pueda alcanzar estará condicionada, no obstante, por las restricciones impuestas a la revisión del modelo: que se garantice la financiación recibida por cada Comunidad con el modelo vigente hasta entonces, y que el coste del

¹ El proceso de negociación puede seguirse, con gran detalle, en Consejo de Política Fiscal y Financiera (1986), de donde proceden las citas entrecomilladas. Las sucesivas reformas del sistema de financiación se describen en Monasterio y Suárez (1998).

tránsito de un sistema a otro sea asumible para el equilibrio financiero del Estado.

La opción que se toma es determinar, primero, cuál hubiera sido la ponderación asignada a cada una de las variables del artículo 13 de la LOFCA, en el supuesto de que la financiación percibida por las Comunidades Autónomas con el modelo aplicable hasta 1986 (el sistema del coste efectivo) se hubiera basado en tales variables. Las ponderaciones implícitas resultantes se reflejan en el cuadro 1. Si nos centramos en las dos variables más importantes, observamos que, en la competencia de educación, el peso de la población es el 82,83 por 100, y el de la superficie, el 14,66 por 100; mientras que, para el resto de competencias, la ponderación de la población baja hasta el 59,33 por 100, mientras que la de la superficie se eleva hasta el 30,39 por 100.

CUADRO 1. PONDERACIÓN IMPLÍCITA DE LAS VARIABLES HASTA 1986
(en %)

VARIABLES	COMPETENCIAS COMUNES	COMPETENCIAS EDUCACIÓN
Población	59,33	82,83
Superficie	30,39	14,66
Insularidad	1,14	3,02
Constante	9,12	-0,59
Riqueza relativa	7,00	0,09
Esfuerzo fiscal	3,00	----

Fuente: Consejo de Política Fiscal y Financiera de las Comunidades Autónomas.

A partir de estos valores, y teniendo en cuenta el objetivo y las restricciones señalados más arriba, los negociadores van ajustando la importancia de las distintas variables, con criterios muy vagos (“la ponderación de la población debería aumentar”; “la ponderación de la

variable superficie debería disminuir (...) se estima que el peso que implícitamente el sistema actual asigna a esta variable está desproporcionado con respecto al asignado a la población”, si bien se reconoce que la superficie tiene una “evidente y fuerte relación con el coste de un servicio público”), hasta acordar las ponderaciones que se contienen en el cuadro 2 ². La población mantiene, aproximadamente, su peso para ambos grupos de competencias. La superficie, en cambio, ve reducirse su importancia, en beneficio de una nueva variable, que recoge “el coste diferencial que supone la transferencia de un número distinto de unidades administrativas”. Esta variable se obtiene asignando a cada Comunidad Autónoma y a cada provincia el valor 0,5.

CUADRO 2. PONDERACIÓN DE LAS VARIABLES EN EL PERÍODO 1987-1991
(en %)

VARIABLES	COMPETENCIAS COMUNES	COMPETENCIAS EDUCACIÓN
Población	59,00	84,00
Superficie	16,00	15,00
Insularidad	0,70	3,10
Unidades administrativas	24,30	----
Constante	----	-2,50
Riqueza relativa	4,20	0,40
Esfuerzo fiscal	5,00	1,70

Fuente: Consejo de Política Fiscal y Financiera de las Comunidades Autónomas.

En 1992 se vuelve a revisar el sistema de financiación. En lo que concierne a las variables determinantes de las necesidades de gasto de las Comunidades Autónomas, se producen algunas novedades de

² La metodología seguida se describe en Barba-Romero (1987).

interés (cuadro 3). Ya no se distingue entre grupos de competencias, sino entre grupos de Comunidades, concretamente, entre Comunidades con nivel bajo y alto de competencias. Además, se incorpora, si bien con una ponderación muy reducida, la variable “dispersión geográfica”, medida en términos del número de núcleos de población de cada Comunidad Autónoma. En tercer lugar, la superficie reduce de forma muy sensible su peso para las Comunidades de nivel alto de competencias, y las unidades administrativas, para las de nivel bajo. Finalmente, se prosigue en la búsqueda del objetivo de aproximación de la financiación autonómica per cápita: la ponderación de la población se eleva hasta el 94 por 100 para las denominadas “Comunidades del artículo 151” de la Constitución, y hasta el 64 por 100 para las “Comunidades del artículo 143”.

Las ponderaciones recogidas en el cuadro 3 van a estar en vigor, también, en el quinquenio 1997-2001.

CUADRO 3. PONDERACIÓN DE LAS VARIABLES DESDE 1992
(en %)

VARIABLES	COMUNIDADES DE NIVEL COMPETENCIAL BAJO	COMUNIDADES DE NIVEL COMPETENCIAL ALTO
Población	64,00	94,00
Superficie	16,60	3,50
Insularidad	0,40	1,50
Dispersión	2,00	0,60
Unidades administrativas	17,00	0,40
Riqueza relativa	2,70	2,70
Esfuerzo fiscal	1,82	1,82

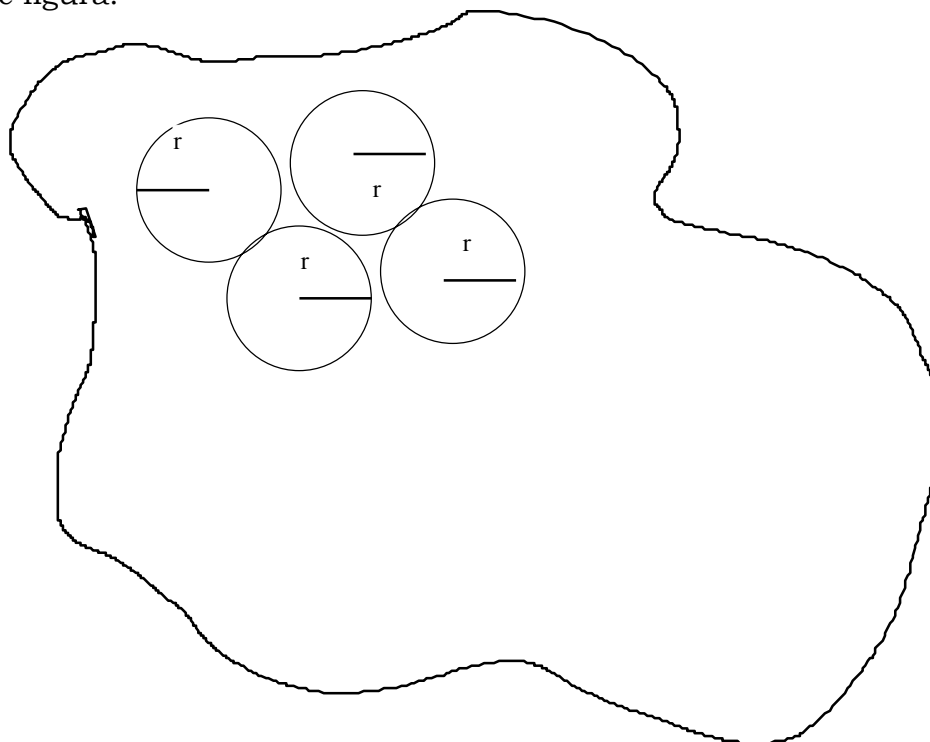
Fuente: Consejo de Política Fiscal y Financiera de las Comunidades Autónomas.

Ha de tenerse en cuenta, adicionalmente, que una de las garantías introducidas por los Acuerdos de financiación de septiembre de 1996 en el Fondo de Garantía que establecen (concretamente, la garantía tercera: “capacidad de cobertura de la demanda de servicios públicos”) incide directamente sobre el tema de la cuantificación de las necesidades de gasto autonómicas. En efecto, esa garantía afronta el problema que puede presentarse cuando, antes de haber concluido el quinquenio, se produzca el traspaso de los servicios de educación no universitaria a las Comunidades del artículo 143 de la Constitución. Aunque esta homologación competencial requeriría una simultánea equiparación financiera de todas las Comunidades Autónomas, los Acuerdos estiman que ello no va a ser posible hasta la nueva revisión del modelo de financiación. Para limitar los perjuicios que, entre tanto, puedan producirse, se establece esa garantía, que establece que, en el último año del quinquenio, “la financiación por habitante que disfrute una Comunidad Autónoma, por los mecanismos del sistema, no podrá ser inferior al 90% de la financiación media por habitante del conjunto de las Comunidades Autónomas”.

Llegamos así a las proximidades de una nueva revisión del modelo de financiación, con un sistema que descansa, sustancialmente, en el criterio de la población. Adicionalmente, ha de tenerse en cuenta que este mismo criterio es el que preside la distribución entre Comunidades de los recursos destinados a la financiación de la sanidad que, por el momento, quedan al margen del sistema general de financiación autonómica. La sección siguiente presenta un modelo teórico de producción de servicios públicos que nos permitirá analizar la lógica económica de este criterio de población.

3. MODELO GENERAL³

Considérese un territorio en el que se deben localizar centros educativos (por ejemplo) para atender la demanda de una población uniformemente distribuida en el mismo. Cada centro atraerá a los estudiantes dentro de su radio de acción, r , como se refleja en la siguiente figura.



Construir y operar un centro supone un coste fijo anual de f pesetas, mientras que atender la demanda educativa de cada estudiante tendrá un coste por alumno de c pesetas. Representamos por Y la densidad de población en el territorio, habitantes por Km^2 , que tiene una superficie total en Km^2 . de A . Llamamos $q(a)$ a la proporción de población total que demanda servicios educativos a los centros instalados.

³ Este modelo se inspira en Waterson (1993).

La población que habita en este territorio tendrá una mayor o menor accesibilidad a los centros educativos según que el número de éstos abiertos en dicho territorio sea mayor o menor, entendiendo por accesibilidad la inversa de la distancia que tiene que recorrer una persona para acceder a un centro educativo. Si los desplazamientos tienen un coste t por unidad de distancia, ptas. por km., por ejemplo, entonces, mayor número de centros educativos abiertos en el territorio implica un menor coste medio que debe sufragarse para acceder al servicio público⁴. Aumentar el número de centros supone reducir los costes de transporte, pero en cambio significa aumentar los costes fijos totales en que se incurre con la inversión y funcionamiento de cada centro⁵. Desde una perspectiva de interés colectivo, debe decidirse el número de centros educativos que permite una minimización de los costes de prestar los servicios y de los costes de acceder a los mismos (costes de transporte)⁶.

Si N es el número de centros educativos a instalar, el coste fijo total será $N \cdot f$. Por otra parte, en cada centro, el coste total de desplazamiento (en una dirección) CD , será:

$$CD = t \cdot Y \cdot q(a) \cdot \int_0^r x(2\pi x)dx = \frac{2}{3} \cdot t \cdot Y \cdot q(a) \cdot \pi \cdot r^3$$

donde x es la distancia al centro educativo de una persona, dentro del radio de acción de dicho centro.

Los costes de desplazamiento dependen del radio r , el cual depende a su vez del número de centros abiertos para una superficie total dada.

⁴ Se supone que el coste de transporte es lineal, pero podría generalizarse fácilmente el resultado para otros costes como, por ejemplo, costes cuadráticos (costes que aumentan más que proporcionalmente con la distancia).

⁵ En el Apéndice 1 se discute la relación entre los parámetros t , f e Y .

⁶ Recuérdese que estamos suponiendo un servicio homogéneo que aporta la misma utilidad bruta a todos los consumidores. Suponemos también que la utilidad neta, después de detraer los costes de transporte, es todavía positiva.

Es decir,

$$N \cdot \pi \cdot r^2 = A$$

y por lo tanto, $r = \left(\frac{A}{\pi N} \right)^{1/2}$. Sustituyendo en la ecuación anterior, y teniendo en cuenta que existen N centros, el coste de desplazamiento será:

$$CD = N \cdot \frac{2}{3} \cdot t \cdot Y \cdot q(a) \cdot \pi \cdot \left(\frac{A}{\pi N} \right)^{3/2} = \frac{2}{3} \cdot t \cdot Y \cdot q(a) \cdot \pi^{-1/2} \cdot A^{3/2} \cdot N^{-1/2}$$

Finalmente, el problema del planificador será elegir N que minimiza el coste total de operación y desplazamiento al punto de prestación del servicio,

$$\underset{N}{\text{Minimizar}} \quad N \cdot f + \frac{2}{3} \cdot t \cdot Y \cdot q(a) \pi^{-1/2} \cdot A^{3/2} \cdot N^{-1/2}$$

Resolviendo las condiciones de óptimo se obtiene:

$$N^* = \left(\frac{1}{3} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{t}{f} \right)^{2/3} \cdot [Y \cdot q(a)]^{2/3} \cdot A \cdot \pi^{-1/3} \quad (1)$$

El número socialmente óptimo de centros aumenta con el coste de desplazamiento por unidad de distancia, t , con la densidad de demanda, $Y \cdot q(a)$, y con el tamaño del territorio A , mientras que disminuye con f , el coste fijo de cada centro.

La expresión [1] anterior puede escribirse en términos de densidad de centros sobre el territorio,

$$\frac{N^*}{A} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{t}{f}\right)^{2/3} \cdot [Y \cdot q(a)]^{2/3} \cdot \pi^{-1/3}$$

lo cual indica que la densidad de centros aumenta con la densidad de demanda $Y \cdot q(a)$, pero menos que proporcionalmente, es decir, la elasticidad de centros con respecto a la densidad de demanda es $2/3$, inferior a la unidad.

Financiación por persona

Queremos determinar ahora la financiación media por residente en el territorio para cubrir los costes de prestación de los servicios educativos, considerando que éstos incluyen los costes variables, c , y los costes fijos $N^* f$. Llamamos p^* a la financiación buscada,

$$p^* = c \cdot q(a) + \frac{N^* \cdot f}{P}$$

donde P es la población total. Sustituyendo N^* por la expresión [1] anterior se obtiene:

$$p^* = c \cdot q(a) + \frac{k \cdot \left(\frac{t}{f}\right)^{2/3} \cdot [Y \cdot q(a)]^{2/3} \cdot f}{P / A}$$

Es decir:

$p^* = c \cdot q(a) + k \cdot t^{2/3} \cdot f^{1/3} \cdot q(a)^{2/3} \cdot Y^{-1/3} \quad (2)$
--

donde $P/A = Y$ (densidad de población) y $k = \left(\frac{1}{3}\right)^{2/3} \cdot \pi^{-1/3}$.

El coste medio mínimo por habitante del territorio aumenta con el coste variable unitario, c , con el coste fijo, f , con el coste de desplazamiento, t y con la demanda de servicio por habitante, $q(a)$, pero disminuye con la densidad de población, Y . Dicho de otro modo, los territorios con menor densidad de población deben recibir una financiación por habitante mayor que los de mayor densidad, si la financiación se decide con el criterio de minimizar los costes totales de desplazamiento y operación.

La razón intuitiva de este resultado es que existen economías de escala en la prestación del servicio debido a la presencia de costes fijos, y los territorios con mayor densidad de demanda consiguen un mejor aprovechamiento de tales economías que aquéllos donde la densidad de demanda es menor⁷. La densidad de población (demanda) genera una externalidad positiva, bajo los supuestos del análisis planteado, por lo que una financiación lineal por persona que no se ajuste por diferencias en la densidad de población, perjudica relativamente a los territorios con menos densidad de demanda.

Financiación total

Es inmediato calcular la financiación total, B^* , que debe recibir el territorio con población P ,

$$B^* = p^* \cdot P = c \cdot q(a) \cdot P + k \cdot t^{2/3} \cdot f^{1/3} \cdot q(a)^{2/3} \cdot P^{2/3} \cdot A^{1/3}$$

Esta expresión tiene dos términos, el primero, $c \cdot q(a) \cdot P$, que es proporcional a la población, porque recoge el componente variable del

⁷ Si no existen costes fijos, o son muy pequeños, el número de puntos de prestación del servicio aumentaría casi ilimitadamente.

coste de prestar el servicio. Por tanto, este término no depende de características del territorio. El segundo término corresponde a la financiación que ha de cubrir los costes fijos en que se incurre con los N^* centros que se abren para atender la demanda. Ahora, la financiación depende, entre otros parámetros, de la población P , y de la superficie, A , con elasticidades respectivas de $2/3$ y $1/3$. Es decir, la financiación que debe cubrir los costes fijos aumenta en un 6,67 por 100 si la población aumenta en un 10 por 100, y debe ser un 3,33 por 100 mayor si, para una población dada, el territorio es también un 10 por 100 mayor que otro.

4. CONSIDERACIONES DISTRIBUTIVAS Y POLÍTICAS

En la sección precedente se han expuesto los argumentos de eficiencia económica que están presentes en la decisión sobre el número de unidades para la prestación de un servicio público, en un determinado territorio. Ahora bien, la satisfacción de necesidades asociadas a determinados servicios públicos es una decisión de carácter político, por lo tanto, resulta oportuno completar la exposición anterior con alguna referencia a este tipo de consideraciones.

En primer lugar, supóngase que existe un presupuesto total PT para cubrir las necesidades financieras de prestar el servicio a un territorio que está dividido en M zonas geográficas. Por tanto, N_i , con $i=1, \dots, M$, será el número de unidades de servicio en la zona i . Si c es el coste directo por unidad de demanda en i , la parte del presupuesto total disponible para cubrir los costes de estructura (fijos) será⁸,

$$PR = PT - \sum_{i=1}^M c \cdot Y_i \cdot q(a_i) \cdot A_i$$

donde $Y_i \cdot q(a_i) \cdot A_i$ es la demanda total en el territorio i .

La decisión política es, por tanto, repartir el presupuesto reducido, PR, entre las M zonas geográficas, decidiendo cuántas unidades N_i de coste fijo f se instalan en dicha zona i . Es decir,

$$\sum_{i=1}^M N_i \cdot f \leq PR$$

O bien:

$$\sum_{i=1}^M N_i \leq \frac{PR}{f} = PR^1$$

Para tomar esta decisión pueden considerarse varios criterios que resumimos en tres: i) Eficiencia, ii) Equidad y iii) Poder. Veamos las implicaciones de cada uno de ellos.

i) Eficiencia

La solución eficiente se interpreta como aquella que maximiza la utilidad total en el conjunto del territorio, sujeta a la restricción de no superar el presupuesto reducido. Puesto que el consumo del bien proporciona una utilidad homogénea para todos, la utilidad está asociada, inversamente, con el coste de desplazamiento para acceder al servicio. La inversa de este coste, que deseamos maximizar, será la accesibilidad al servicio en cada zona. Por tanto, el problema a resolver es,

⁸ Suponemos que los costes son los mismos en todos los territorios.

$$N_i, i=1, \dots, M \quad \text{Min} \quad \sum_{i=1}^M K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2}$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^M N_i \leq PR^1$$

donde $K = \frac{2}{3} \cdot t \cdot \pi^{-1/2}$, $D_i = Y_i \cdot q(a_i) \cdot A_i^{3/2}$.

Como se demuestra en el Apéndice 2, la solución a este problema implica,

$$N_i^{Ef} = \frac{\left(Y_i \cdot q(a_i)\right)^{2/3} \cdot A_i}{\sum_{i=1}^M \left(Y_i \cdot q(a_i)\right)^{2/3} \cdot A_i} \cdot PR^1$$

El número de unidades en la zona geográfica i se determina a partir de una participación en el presupuesto reducido proporcional al factor $\left(Y_i \cdot q(a_i)\right)^{2/3} \cdot A_i$ que pondera la densidad de demanda, $Y_i \cdot q(a_i)$, y la supeficie del territorio, A_i . Nótese que estas mismas ponderaciones son las que están implícitas en la ecuación (1), aunque N_i^* y N_i^{Ef} pueden ser diferentes, porque N_i^* se obtiene sin restricción presupuestaria.

La financiación total que recibiría la región i sería,

$$B_i^{Ef} = c \cdot Y_i \cdot q(a_i) \cdot A_i + f \cdot N_i^{Ef}$$

O bien, por persona,

$$\frac{B_i^{Ef}}{P_i} = c \cdot q(a_i) + f \cdot q(a_i)^{2/3} \cdot Y_i^{-1/3} \cdot \frac{PR^1}{\sum_{i=1}^M (Y_i \cdot q(a_i))^{2/3} \cdot A_i}$$

dado que $Y_i = \frac{P_i}{A_i}$ es la densidad de población. Como ya se había comprobado, la financiación por persona disminuye con la densidad de población, Y_i .

ii) Equidad

El sistema político puede incorporar elementos de equidad en la distribución de los presupuestos, tendentes a igualar la accesibilidad a los servicios públicos entre todos los ciudadanos. Nótese que el criterio de eficiencia significa que la accesibilidad difiere de unos territorios a otros.

Un posible criterio de equidad es el propuesto por Rawls (1971), según el cual la asignación de recursos busca maximizar la utilidad del grupo menos favorecido. Traducido a nuestro entorno, esto significa elegir N_i de forma que,

$$\begin{aligned} & \text{MinMax}_{N_i, i=1, \dots, M} \left\{ K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2} \right\} \\ & \text{sujeto a } \sum_{i=1}^M N_i \leq PR^1 \end{aligned}$$

La solución a este problema, como se muestra en el Apéndice 2, es:

$$N_i^{Eq} = \frac{(Y_i \cdot q(a_i))^2 \cdot A_i^3}{\sum_{i=1}^M (Y_i \cdot q(a_i))^2 \cdot A_i^3} \cdot PR^1$$

O, en términos de financiación per cápita,

$$\frac{B_i^{Eq}}{P_i} = c \cdot q(a_i) + f \cdot q(a_i)^2 \cdot Y_i \cdot A_i^2 \cdot \frac{PR^1}{\sum_{i=1}^M (Y_i \cdot q(a_i))^2 \cdot A_i^3}$$

En el óptimo, cada zona del territorio debe tener la misma accesibilidad, el mismo valor de $K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2}$, para lo cual N_i^{Eq} pondera la densidad de demanda al cuadrado, y la superficie, al cubo⁹. En valores per cápita, la financiación ahora debe aumentar con la densidad de población, linealmente, y con la superficie, A_i , al cuadrado. Teniendo en cuenta que $Y_i = \frac{P_i}{A_i}$, $Y_i \cdot A_i^2$ será igual a $P_i \cdot A_i$ y, por tanto, la financiación per cápita debe aumentar con la población y con la superficie.

iii) Poder

Por último, el proceso político puede asignar los recursos de acuerdo con las relaciones de poder entre las distintas zonas geográficas, es decir, a través de un proceso de negociación donde el poder relativo determina la participación de las regiones en el presupuesto total.

⁹ O, lo que es lo mismo, las ponderaciones son población al cuadrado y superficie.

Suponiendo que la solución de Nash al proceso de negociación recoge el resultado de dicho proceso, podemos escribir el problema de asignación presupuestaria como:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{N_i, i=1, \dots, M} \quad & \prod_{i=1}^M \left(K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2} \right)^{\alpha_i} \\ \text{sujeto a} \quad & \sum_{i=1}^M N_i \leq PR^1 \end{aligned}$$

donde $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^M \alpha_i = 1$, representa el poder relativo de cada territorio.

La solución a este problema, como se demuestra en el Apéndice 2, es:

$$\begin{aligned} N_i^P &= \alpha_i \cdot PR^1 \\ \frac{B_i^P}{P_i} &= c \cdot q(a_i) + f \cdot \frac{\alpha_i}{P_i} \cdot PR^1 \end{aligned}$$

La población determina buena parte del poder político de un territorio. Es realista suponer, por tanto, que $\alpha_i = \frac{P_i}{\sum P_i}$, es decir, el poder es proporcional a la población. Si es así,

$$\frac{B_i^P}{P_i} = c \cdot q(a) + f \cdot \frac{PR^1}{\sum_{i=1}^M P_i}$$

Y la financiación per cápita es ahora independiente de parámetros territoriales. En otras palabras, la financiación que recibe un territorio es proporcional al número de sus habitantes.

iv) Participación en el presupuesto total y relaciones entre los criterios

En el desarrollo del modelo se ha supuesto que la prestación de los servicios obliga a incurrir en costes variables y en costes fijos, siendo los primeros proporcionales a la demanda y, más concretamente, a la población, si la demanda por habitante se supone igual para todas las zonas geográficas, sin pérdida de generalidad¹⁰: $q(a_i)=1$. Llegados a este punto, resulta relevante preguntarnos cuál sería la participación en el presupuesto total PT , incluyendo la financiación de costes fijos y variables, que le correspondería a cada territorio según cada uno de los tres criterios propuestos.

Llamemos γ^{Ef_i} a la proporción del presupuesto total que le corresponde al territorio i según el criterio de eficiencia, y sea α^{Ef_i} la participación de la misma jurisdicción en el presupuesto residual, PR , que corresponde a los costes fijos, de acuerdo con el mismo criterio,

$$\alpha^{Ef_i} = \frac{P_i^{2/3} \cdot A_i^{1/3}}{\sum_{i=1}^M P_i^{2/3} \cdot A_i^{1/3}}$$

Podemos representar γ^{Ef_i} de la siguiente manera,

¹⁰ Puede tratarse de una hipótesis muy restrictiva cuando se contemplan servicios concretos (como la educación), pero quizás no tanto cuando se toma en consideración el conjunto de servicios prestados por una jurisdicción.

$$\begin{aligned}
\gamma^{Ef_i} &= \frac{\alpha^{Ef_i} \cdot PR + c \cdot P_i}{PT} = \frac{\alpha^{Ef_i} (PT - c \cdot \sum P_i) + c \cdot P_i}{PT} = \\
&= \alpha^{Ef_i} \left(1 - \frac{c \cdot \sum P_i}{PT}\right) + \frac{c \cdot P_i}{\sum P_i} \cdot \frac{\sum P_i}{PT} = \quad [3] \\
&= \alpha^{Ef_i} (1 - \beta) + \alpha_i \cdot \beta
\end{aligned}$$

donde β es la proporción que representan los costes variables sobre el total de costes del servicio a financiar,

$$\beta = \frac{c \cdot \sum P_i}{PT}$$

Y α_i es la proporción de población en el territorio i sobre la población total,

$$\alpha_i = \frac{P_i}{\sum P_i}$$

Según el criterio de poder, tanto los costes fijos como los variables se reparten en proporción a la población, es decir,

$$\gamma^{P_i} = \alpha^{P_i} = \alpha_i$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación [3],

$$\gamma^{Ef_i} = \alpha^{Ef_i} (1 - \beta) + \alpha^{P_i} \cdot \beta$$

Cuando todos los costes son variables y proporcionales a la población, $\beta=1$, entonces se cumple que,

$$\gamma^{Ef_i} = \alpha^{P_i} = \gamma^{P_i}$$

Es decir, el criterio de eficiencia y el de poder asignan los presupuestos totales en la misma proporción entre los diversos territorios. Si todos los costes son fijos, $\beta=0$, se cumplirá que:

$$\gamma^{Ef_i} = \alpha^{Ef_i}$$

O, de otra forma, el criterio de eficiencia distribuye el presupuesto total en las mismas proporciones que el presupuesto residual.

En general, la asignación de los presupuestos totales según el criterio de eficiencia será igual a la suma ponderada de las proporciones α^{Ef_i} , en las que interviene la población y el territorio, y la proporción que representa la población del territorio i en la población total, α_i . Los factores de ponderación son la proporción de costes fijos, en el primer término, y la proporción de costes variables, en el segundo, sobre los costes totales del servicio público a financiar.

Con un desarrollo análogo, puede probarse que la participación de una jurisdicción en el presupuesto total, de acuerdo con el criterio de equidad (γ^{Eq_i}) es una suma ponderada de las proporciones α^{Eq_i} y α_i ,

$$\gamma^{Eq_i} = \alpha^{Eq_i} (1 - \beta) + \alpha_i \cdot \beta$$

donde,

$$\alpha^{Eq_i} = \frac{P_i^2 \cdot A_i}{\sum_{i=1}^M P_i^2 \cdot A_i}$$

5. EFICIENCIA, PODER Y FINANCIACIÓN AUTONÓMICA

En esta sección vamos a poner en relación los resultados obtenidos en la sección precedente -fundamentalmente, los referentes a los criterios de eficiencia y poder- con las reglas seguidas para distribuir los recursos de financiación incondicionada (básicamente, participación en ingresos del Estado y tributos cedidos y tasas) entre las Comunidades Autónomas de régimen común, desde los inicios del proceso autonómico hasta la actualidad.

En la sección segunda ya hemos señalado cómo, partiendo del criterio del coste efectivo, el sistema de financiación de las Comunidades Autónomas se ha ido aproximando paulatinamente hacia un reparto de los ingresos autonómicos en proporción a la población. Esa tendencia se puede confirmar, ahora, observando la participación porcentual de cada Comunidad Autónoma en el total de recursos de financiación incondicionada percibidos en 1996. La información se recoge en el cuadro 4, separando a las Comunidades en dos grupos, de acuerdo con su nivel competencial.

En el cuadro 4 también se incluye la participación que correspondería a cada Comunidad si se aplicara el criterio de eficiencia formulado en la expresión [3], bajo dos hipótesis alternativas: i) con una proporción del 100 por 100 de costes variables sobre el presupuesto total, y ii) con una proporción del 100 por 100 de costes fijos. Como ya hemos explicado, en el primer caso ($\beta=1$), la participación eficiente relativa de cada Comunidad coincide con su participación en el presupuesto residual -y total- de acuerdo con el criterio de poder, esto es, según su población relativa (α^P_i); en el segundo supuesto ($\beta=0$), la

financiación total se repartirá íntegramente según las proporciones α_i^{Ef11} .

CUADRO 4. FINANCIACIÓN RELATIVA DE LAS CC.AA. SEGÚN EL CRITERIO DE EFICIENCIA, PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES, Y FINANCIACIÓN REAL (POR GRUPOS DE COMUNIDADES)

COMUNIDADES	REAL	$\beta=1$ $\gamma_i^{Ef} = \alpha_i^{P_i}$	$\beta=0$ $\gamma_i^{Ef} = \alpha_i^{Ef_i}$
Andalucía	33,76	33,37	38,49
Canarias	8,31	7,41	6,21
Cataluña	28,03	28,09	24,57
C. Valenciana	16,08	18,49	16,69
Galicia	13,81	12,65	14,04
Aragón	7,76	7,79	11,27
Asturias	7,61	7,14	6,44
Baleares	4,60	4,99	3,95
Cantabria	3,77	3,46	3,14
C-La Mancha	10,56	11,24	17,05
Castilla y León	19,42	16,46	23,25
Extremadura	7,58	7,02	10,05
La Rioja	2,40	1,74	1,96
Madrid	29,68	32,96	16,27
Murcia	6,62	7,20	6,62

Fuente: elaboración propia con datos del I.N.E. y de la D.G.C.H.T.

Para ambos grupos de Comunidades, existe una correlación superior al 98 por 100 entre el porcentaje de financiación recibida en 1996 y la población relativa. Como se aprecia en los gráficos 1 y 2, las Comunidades que más se alejan de este criterio son Madrid, Castilla y

¹¹ Hemos dejado al margen el criterio de equidad, cuyos resultados se nos antojan de mucha menor aplicabilidad. La garantía de igual acceso derivada del maximin rawlsiano se traduciría en una concentración de la participación en el presupuesto residual en Andalucía (más del 70 por 100), entre las Comunidades de nivel competencial alto; y en Castilla y León (50 por 100) y Castilla-La Mancha (20 por 100), entre las restantes.

León y Comunidad Valenciana. Los mismos gráficos muestran qué Comunidades obtienen unos recursos que se salen del intervalo definido según las proporciones extremas de costes fijos y variables: por encima, las Comunidades de Canarias, Asturias, Cantabria y La Rioja; por debajo, Comunidad Valenciana, Aragón y Castilla-La Mancha.

La proporción de costes fijos y variables en el presupuesto total es una cuestión técnica que deberá determinarse en cada caso. A efectos aproximativos, podemos preguntarnos cuál es la proporción de estos costes que está implícita en la actual asignación de fondos entre las distintas Comunidades Autónomas. Es decir, qué valores de $(1-\beta)$ y β ponderan α^{Ef_i} y α^{P_i} , para determinar la financiación relativa que aparece en la primera columna del cuadro 4. Para estimar estos valores, se ajusta una recta de regresión al modelo

$$\text{Proporción real } i = a_1 \cdot \alpha^{P_i} + a_2 \cdot \alpha^{Ef_i} + \varepsilon_i$$

Donde a_1 y a_2 son parámetros a estimar y ε_i es un término de error. Obtenidos $\hat{a}_1$ y $\hat{a}_2$, podemos concluir que $\beta = \hat{a}_1$ y $(1-\beta) = \hat{a}_2$.

Realizado el ajuste para las Comunidades del artículo 143 de la Constitución se obtiene $\hat{a}_1=0,8$ ($t=16,2$) y $\hat{a}_2=0,2$ ($t=3,5$), con un R^2 de 0,988. Para las Comunidades Autónomas del artículo 151 de la Constitución se obtienen valores similares, pero a_2 no resulta significativa.

A partir de los resultados anteriores, podemos afirmar, con las debidas cautelas, que, si la evidencia empírica confirma que los servicios públicos prestados por las Comunidades Autónomas - especialmente, las de nivel competencial inferior- comportan unos costes variables que representan, aproximadamente, el 80 por 100 del

coste total, la distribución de los ingresos autonómicos se ajusta adecuadamente al criterio de eficiencia, tal y como se ha definido en las secciones anteriores. En otro caso, habremos de concluir que se está imponiendo el principio de poder como criterio de asignación generalizado. En los gráficos 1 y 2 se representa también la financiación relativa bajo el supuesto de que $\beta=0,8$, y se observa la distancia con la financiación real de cada Comunidad.

A continuación, vamos a considerar conjuntamente a todas las Comunidades Autónomas de régimen común, olvidando la distinción por razón de los niveles competenciales. El ejercicio resulta relevante, si se considera que, cuando se generalice el traspaso de competencias en materias de educación y sanidad, se producirá una homologación competencial sustancial de todas las Comunidades Autónomas. En este nuevo contexto, la información necesaria se recoge en el cuadro 5 y en los gráficos 3 y 4.

En el gráfico 3 se aprecia que algunas Comunidades van a ser especialmente sensibles al criterio de reparto de los ingresos que prevalezca (como Madrid, Castilla-la Mancha, Aragón, Extremadura y Castilla y León), mientras que otras van a mantener su financiación relativa prácticamente inalterada, con independencia del peso que se asigne a cada criterio (como Cantabria, Asturias, Murcia o Galicia). O, si se quiere, suponiendo que se aceptara el criterio de eficiencia propuesto en este trabajo, unas Comunidades serán más sensibles que otras a las consideraciones técnicas sobre qué proporción de costes es fija y qué proporción es variable en cada servicio público a financiar.

Finalmente, en el gráfico 4 se observa que, como era de esperar, la equiparación competencial reducirá la financiación relativa de las Comunidades del artículo 151, y elevará la de las restantes, con la

única excepción de Madrid si los costes fijos representan una proporción muy elevada de los totales.

**CUADRO 5. FINANCIACIÓN RELATIVA DE LAS CC.AA. SEGÚN EL
CRITERIO DE EFICIENCIA, PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES,
Y FINANCIACIÓN REAL
(CONJUNTO DE COMUNIDADES)**

COMUNIDADES	REAL	$\beta=1$ $\gamma^{Ef}_i = \alpha^P_i$	$\beta=0$ $\gamma^{Ef}_i = \alpha^{Ef}_i$	$\beta=0,8$
Andalucía	24,09	19,59	20,96	19,86
Canarias	5,93	4,35	3,38	4,16
Cataluña	20,00	16,49	13,38	15,87
C. Valenciana	11,47	10,86	9,09	10,51
Galicia	9,85	7,43	7,65	7,47
Aragón	2,22	3,22	5,13	3,60
Asturias	2,18	2,95	2,93	2,95
Baleares	1,32	2,06	1,80	2,01
Cantabria	1,08	1,43	1,43	1,43
C-La Mancha	3,03	4,64	7,76	5,26
Castilla y León	5,56	6,79	10,59	7,55
Extremadura	2,17	2,90	4,58	3,24
La Rioja	0,69	0,72	0,89	0,75
Madrid	8,5	13,60	7,41	12,36
Murcia	1,9	2,97	3,01	2,98

Fuente: elaboración propia con datos del I.N.E. y de la D.G.C.H.T.

6. CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se ha tratado de ofrecer una línea de avance en la investigación sobre la cuantificación de las necesidades de gasto de las

jurisdicciones subcentrales, para lo que se han propuesto fórmulas alternativas que se sustentan en principios de eficiencia económica, equidad y relaciones de poder, esto es, en la Economía y la Política de la acción del Estado.

Lo expuesto en el texto sugiere que, en presencia de costes de naturaleza fija en la prestación de los servicios públicos, el territorio, además de la demanda que se asienta en el mismo, constituye una variable relevante cuando se utilizan criterios de eficiencia y equidad en la determinación de las necesidades de gasto. Esto es así porque tales costes fijos implican economías de escala en la prestación del servicio, y una misma demanda en dos territorios con desigual superficie permite aprovechar mejor esas economías al territorio de menor superficie. Ahora bien, cuando el criterio empleado es el de poder, aproximado éste por la población relativa de cada territorio, la única variable relevante es, precisamente, la población.

La aplicación de los anteriores resultados al Estado autonómico español nos permite concluir que, o bien los costes variables representan la práctica totalidad del coste de prestación de los servicios autonómicos, en cuyo caso, el reparto de ingresos entre las Comunidades es adecuado al principio de eficiencia; o, en otro caso, es el criterio de poder el que mejor explica la asignación de recursos públicos entre las Comunidades Autónomas de régimen común. De igual modo, los resultados analíticos del trabajo nos dicen también que algunas Comunidades Autónomas -como Madrid, Castilla-La Mancha, Aragón, Extremadura y Castilla y León- van a verse especialmente afectadas en su financiación según el supuesto técnico que se formule sobre estructura de costes, fijos y variables, en cada servicio a financiar, suponiendo que políticamente se optara por aplicar el criterio de eficiencia.

El predominio del criterio de poder no sería más que la consecuencia lógica de las reglas que rigen los procesos de decisión política en las materias que afectan a la organización territorial del Estado. Por tal motivo, sólo un cambio de las reglas institucionales permitiría que el proceso político pudiera desembocar en la aplicación de criterios de eficiencia o equidad. Sin duda, una modificación en esa dirección sería la transformación del Senado en una cámara con representación paritaria de todos los territorios y con competencias en todas las materias que afecten a los intereses de las Comunidades Autónomas.

Un aspecto importante ignorado en el presente trabajo es la dinámica que puede generar el sistema de reparto implantado. Si un territorio parte de una mayor densidad de demanda y las necesidades de gasto se obtienen a partir de su población, el bienestar medio de sus ciudadanos será mayor que el de los residentes en otro territorio con menor densidad. La emigración desde los territorios de menos densidad de demanda a los de más densidad se incentiva y, con ello, los desequilibrios territoriales se agrandan. El criterio de equidad trata de evitar esos incentivos, ofreciendo niveles de utilidad similares en todos los territorios, pero cuando se parte de una gran desigualdad en las densidades de unos territorios y otros, como ocurre actualmente en España, su aplicación es muy difícil e, incluso, inviable. Los costes directos e indirectos del desequilibrio territorial pueden llegar a ser muy importantes, por lo que nos parece perentorio evaluar cómo se ve influido ese desequilibrio por el sistema de estimación de las necesidades de gasto.

REFERENCIAS

BARBA-ROMERO, S. (1987): “La determinación de los parámetros del nuevo sistema de financiación autonómica”, *Revista Española de Economía*, vol.4, nº 2: 213-225.

CONSEJO DE POLÍTICA FISCAL Y FINANCIERA (1986): *Documentación entregada en las sesiones XIV a XX del Consejo de Política Fiscal y Financiera*, Madrid.

HOTELLING, H. (1929): “Stability in Competition”, *Economic Journal*, 39: 41-47.

MONASTERIO, C. y J.SUÁREZ PANDIELLO (1998): *Manual de hacienda autonómica y local*, 2ª ed., Barcelona: Ariel.

RAWLS, J. (1971): *A theory of justice*, Cambridge, MA.: Harvard University Press.

SALOP, S. (1979): “Monopolistic Competition with Outside Goods”, *Bell Journal of Economics*, 10: 141-156.

WATERSON, M. (1993): “Retail Pharmacy in Melbourne: Actual and Optimal Densities”, *The Journal of Industrial Economics*, vol. XLI: 403-419.

APÉNDICE 1. RELACIONES ENTRE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

El texto principal asume que los parámetros t , coste del transporte, f , coste fijo por unidad para la prestación de servicios, e Y , densidad, son exógenos y no muestran relación alguna entre sí. Estas hipótesis pueden ser discutidas y conviene contrastarlas. Por ejemplo, puede argumentarse que más densidad de demanda pone más presión en los precios del suelo y de otros recursos materiales, de manera que el coste f será mayor en territorios de mayor densidad.

Estimar con precisión valores de t y f resulta complicado en esta fase de la investigación, por lo que cualquier análisis debe basarse necesariamente en aproximaciones. El cuadro A.1 muestra información, por Comunidades Autónomas, del stock de capital resultado de la inversión en carreteras por km², la densidad de población y el precio medio por m² construido, valores referidos todos al año 1994. La densidad de capital en carreteras se espera que aproxime, en sentido inverso, los costes de desplazamiento de las personas en el territorio, mientras que un mayor precio por m² construido indica más costes fijos. Todos los valores están normalizados por el promedio nacional.

Como puede comprobarse, existe una notable dispersión de densidades y precios entre Comunidades Autónomas, si bien la más alta se produce en la densidad de población. Se comprueba también que las tres variables están positiva y significativamente correlacionadas, de manera que, efectivamente, más densidad de población va unida a un mayor precio por m² construido, pero también a una mayor densidad de infraestructura de transporte. Esta evidencia nos lleva establecer que la densidad de población es la variable estructural relevante para explicar las diferencias en necesidades de

financiación, tal como se supone en el texto, considerando que las diferencias en costes de transporte atribuibles a diferencias en dotación de infraestructuras se compensan con las diferencias de costes fijos.

**CUADRO A.1.- DENSIDADES DE INFRAESTRUCTURAS DE TRANSPORTE Y POBLACIÓN
Y PRECIO DEL METRO CUADRADO CONSTRUIDO POR C.C.A.A. (1994)***

Comunidades Autónomas	(1) Stock Capital en Carreteras/Km²	(2) Población/Km²	(3) Precio/m² Construcción
Andalucía	1,12	1,09	0,79
Aragón	0,45	0,33	0,83
Asturias	2,05	1,36	0,97
Baleares	1,13	2,01	0,83
Canarias	2,20	2,85	0,83
Cantabria	2,63	1,33	1,05
Castilla y León	0,59	0,35	0,94
Castilla-La Mancha	0,53	0,28	0,67
Cataluña	1,76	2,50	1,20
Comunidad Valenciana	1,73	2,28	0,69
Extremadura	0,48	0,34	0,59
Galicia	1,33	1,23	0,86
Madrid	5,00	8,27	1,64
Murcia	1,22	1,28	0,63
La Rioja	0,79	0,70	0,86
Media	1,35	1,54	0,89
Desviación típica	1,17	1,98	0,26
Rango	4,55	7,99	1,06
Correlaciones simples			
	(1)	(2)	(3)
		0,92	0,82
	(2)		0,80

*Valores normalizados por promedio nacional

(1) Fundación BBV, El Stock de Capital en España y su Distribución Territorial (II), 1998.

(3) Ministerio de Obras Públicas, Transporte y Medio Ambiente, Boletín Estadístico, nº 00, 1994

APÉNDICE 2. SOLUCIÓN ALGEBRAICA DE LOS MODELOS DE ASIGNACIÓN

i) Criterio de eficiencia

$$\begin{array}{c} \text{Min} \sum K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2} \\ \text{s.a } \sum N_i \leq PR^1 \end{array}$$

$$\text{c.p.o.: } \frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \cdot N_i^{-3/2} + \mu = 0, \quad i = 1, \dots, M$$

$$N_i = \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot \frac{D_i}{\mu} \right)^{2/3} \quad \sum N_i = PR^1 = \frac{1}{\mu^{2/3}} \cdot \sum \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \right)^{2/3}$$

$$\mu = \left[\frac{PR^1}{\left(\sum \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \right) \right)^{2/3}} \right]^{-3/2}$$

$$N_i = \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \right)^{2/3} \cdot \frac{PR^1}{\sum \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \right)^{2/3}} = \frac{D_i^{2/3}}{\sum D_i^{2/3}} \cdot PR^1$$

$$D_i = Y_i \cdot q(a_i) \cdot A_i^{3/2} =$$

$$N_i^{\text{ef}} = \frac{\left(Y_i \cdot q(a_i) \right)^{2/3} \cdot A_i}{\sum \left(Y_i \cdot q(a_i) \right)^{2/3} \cdot A_i}$$

ii) Criterio de equidad

$$\text{MinMax} \left\{ K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2}, \quad i = 1, \dots, M \right\}$$

$$s.a. \sum N_i \leq PR^1$$

$$\text{Min } x$$

$$x \geq K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2}, \quad i = 1, \dots, M$$

$$s.a. \sum N_i \leq PR^1$$

$$\text{c.p.o. :} \quad 1 - \sum \lambda_i \leq 0$$

$$-\lambda_i \cdot \frac{1}{2} \cdot K \cdot D_i \cdot N_i^{-3/2} + \mu \leq 0, \quad i = 1, \dots, M$$

$$\sum N_i \leq PR^1$$

$$\text{Si } \lambda_i = 0, \quad \mu = 0$$

$$\text{Si } \mu = 0, \quad \lambda_i = 0, \quad i = 1, \dots, M$$

Por tanto, la primera condición se incumple. Sabemos pues que, en el óptimo, $\lambda_i > 0$, $i = 1, \dots, M$ y $\mu > 0$, es decir, todas las restricciones se satisfacen como igualdad.

$$K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2} = x, \quad i = 1, \dots, M$$

$$\sum N_i = PR^1$$

Es decir:

$$N_i = \left(\frac{K \cdot D_i}{x} \right)^2$$

$$\sum N_i = PR^1 = \frac{1}{x^2} \cdot \sum (K \cdot D_i)^2$$

o bien:

$$x = \left(\frac{\sum (K \cdot D_i)^2}{PR^1} \right)^{1/2}$$

Finalmente,

$$N_i^{Eq} = \frac{D_i^2}{\sum D_i^2} \cdot PR^1 = \frac{(Y_i \cdot q(a_i))^2 \cdot A_i^3}{\sum (Y_i \cdot q(a_i))^2 \cdot A_i^3} \cdot PR^1$$

iii) Criterio de poder

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{N_i, i=1, \dots, N} \prod_{i=1}^M (K \cdot D_i \cdot N_i^{-1/2})^{\alpha_i} \\ & \text{s. a } \sum_{i=1}^M N_i \leq PR^1 \end{aligned}$$

Transformamos en:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^M \alpha_i \cdot \ln K \cdot D_i - \frac{1}{2} \cdot \alpha_i \cdot \ln N_i$$

$$\text{s.a } \sum N_i \leq PR^1$$

$$\text{c.p.o. : } -\frac{1}{2} \cdot \alpha_i \cdot \frac{1}{N_i} + \mu = 0$$

$$N_i^P = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_i}{\mu}$$

$$\sum_i N_i^P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \left(\sum \alpha_i \right) = \frac{1}{2\mu} = PR^1$$

Por tanto:

$$\mu = \frac{1}{2 \cdot PR^1}$$

Finalmente:

$$N_i^P = \alpha_i \cdot PR^1$$

GRÁFICO 1. FINANCIACIÓN RELATIVA PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES Y FINANCIACIÓN REAL (CC.AA. ART.143)

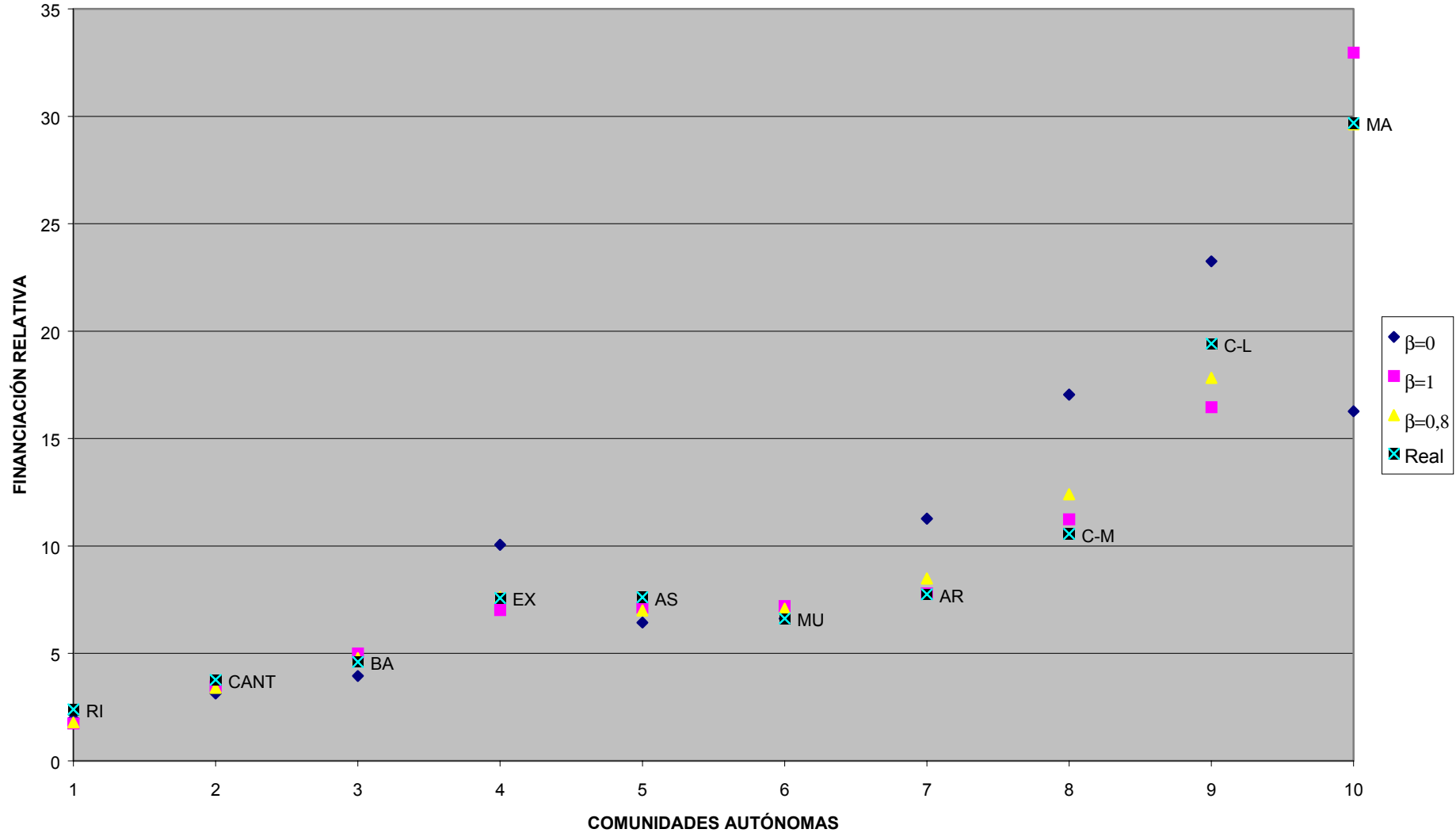


GRÁFICO 2. FINANCIACIÓN RELATIVA PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES Y FINANCIACIÓN REAL (CC.AA. ART.151)

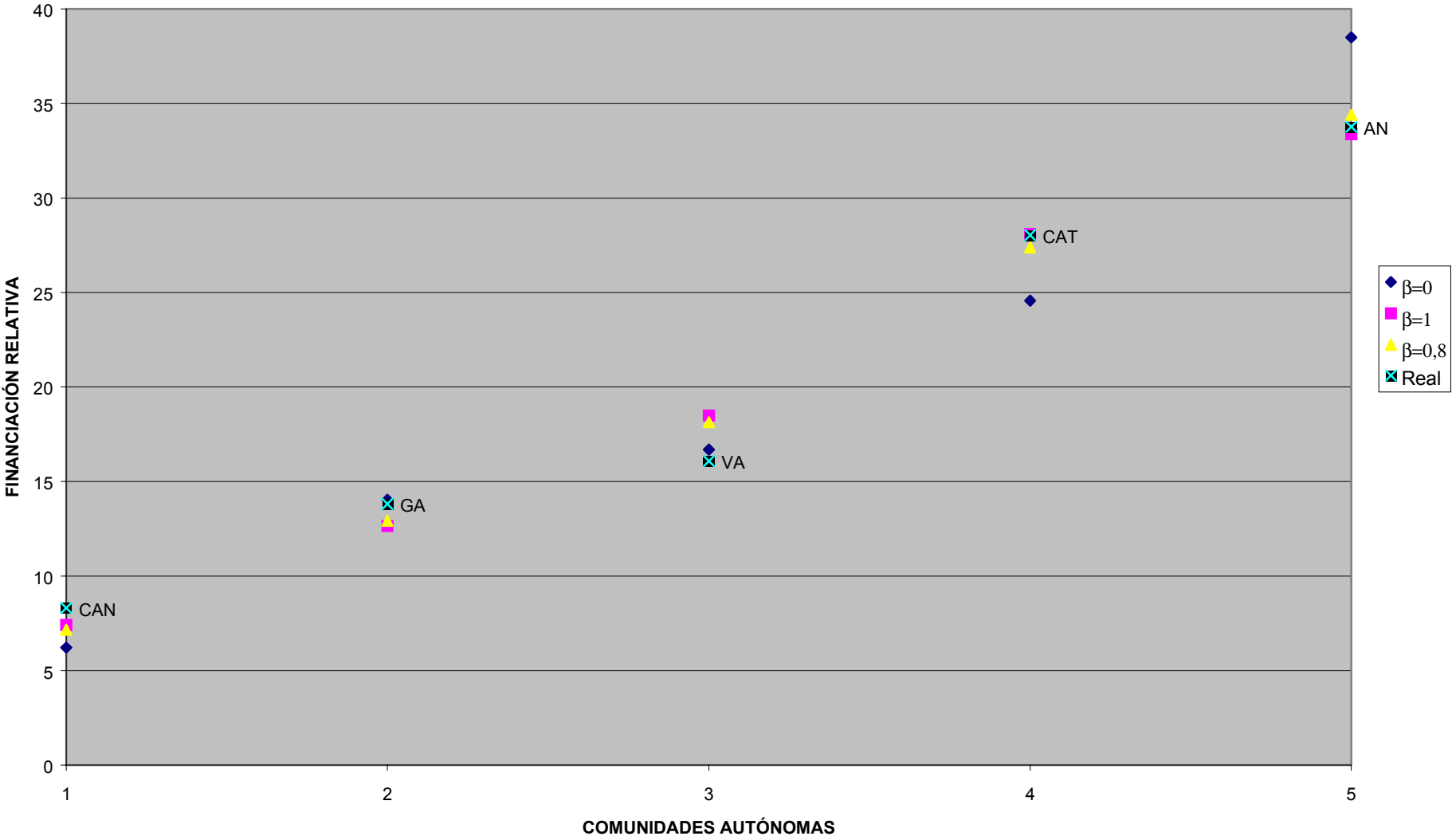


GRÁFICO 3. FINANCIACIÓN RELATIVA PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES (CONJUNTO DE CC.AA.)

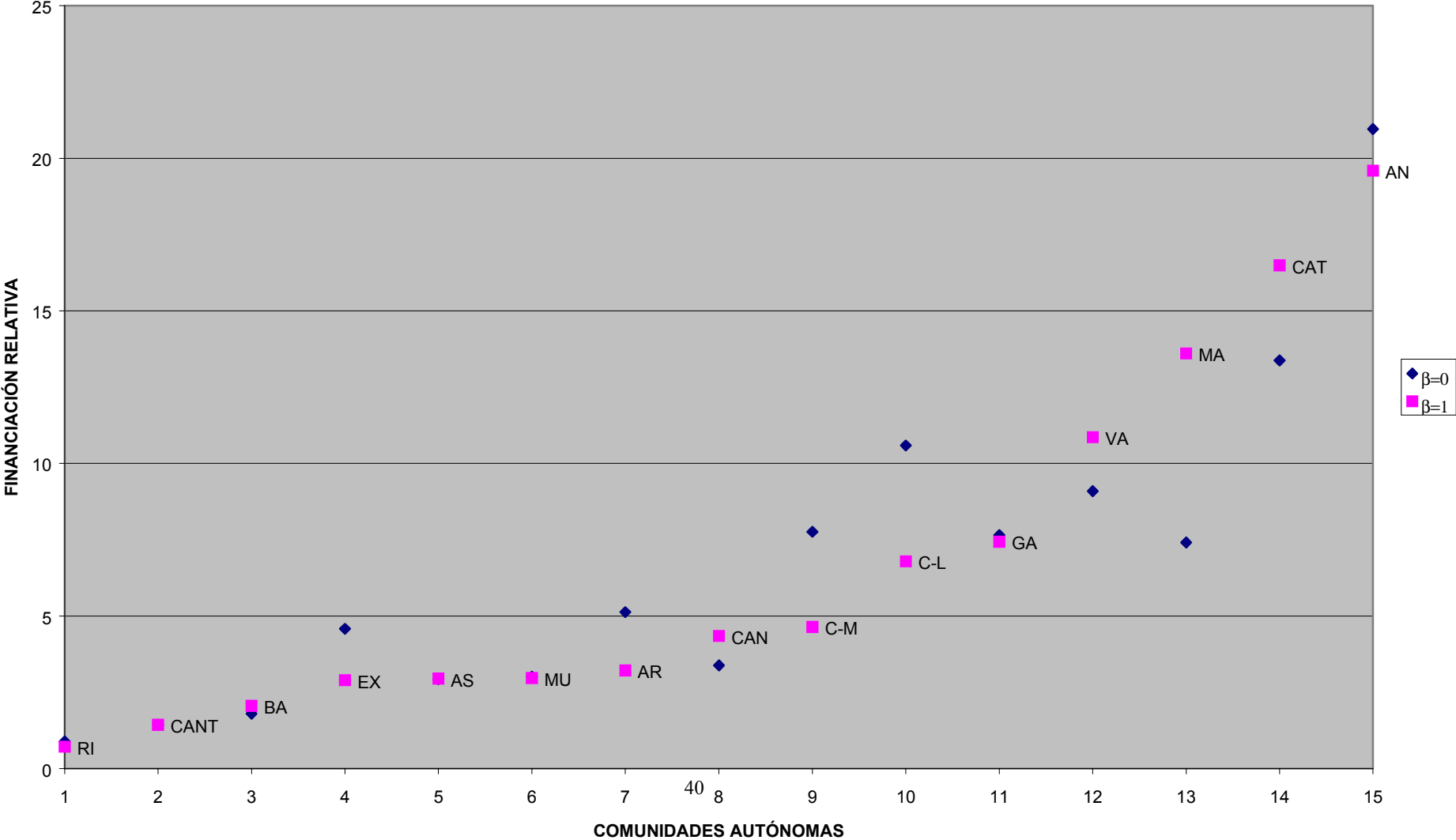


GRÁFICO 4. FINANCIACIÓN RELATIVA PARA DIVERSOS PESOS DE LOS COSTES VARIABLES Y FINANCIACIÓN REAL (CONJUNTO DE CC.AA.)

